

COMPITI DELLE VACANZE – MATEMATICA – PROF.SSA LUGANA

CLASSI SECONDE

I compiti assegnati ripassano tutti gli argomenti trattati durante l'anno formativo 2017/2018.

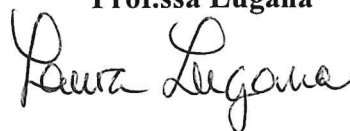
Gli argomenti sono:

- equazioni di primo grado intere (a coefficienti interi e frazionari)
- equazioni fratte
- il piano cartesiano: punti, segmenti, figure nel piano
- la retta
- rette parallele e rette perpendicolari nel piano
- i sistemi lineari di primo grado a due incognite

Eeguire gli esercizi segnati e leggere le parti teoriche inserite che servono per ripassare.

Buone vacanze !!! Ci vediamo a settembre

Prof.ssa Lugana

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Laura Lugana', written in a cursive style.

EQUAZIONI DI 1° GRADO INTERE A COEFFICIENTI INTERI

Esempio:

$$+2x + 3 = +11 + 7x$$

Risoluzione:

- 1) porta tutti i monomi con l'incognita a sinistra dell'uguale
- 2) porta tutti i numeri a destra dell'uguale
- 3) ricorda che quando trasporti un termine da sinistra a destra o da destra a sinistra devi cambiarlo di segno
- 4) somma i monomi simili che si trovano a sinistra dell'uguale
- 5) somma i numeri che si trovano a destra dell'uguale
- 6) a questo punto se il coefficiente dell'incognita è negativo, devi riscrivere l'equazione cambiando di segno a tutti i termini, altrimenti vai al punto successivo
- 7) se il coefficiente dell'incognita è uguale a 1, hai terminato, altrimenti devi riscrivere l'equazione dividendo il primo e il secondo membro per il coefficiente dell'incognita
- 8) semplifica la frazione che trovi al primo membro e, se puoi, anche quella al secondo membro
- 9) a questo punto hai trovato la soluzione che avrà la forma:

$$\text{incognita} = \text{numero}$$

$$\text{per esempio: } x = 5$$

nel nostro caso avremo:

$$+2x + 3 = +11 + 7x$$

- 1) trasporto i monomi con l'incognita, a sinistra dell'uguale:

$$+2x - 7x + 3 = +11$$

- 2) trasporto i numeri, a destra dell'uguale:

$$+2x - 7x = -3 + 11$$

- 3) sommo i monomi simili a sinistra dell'uguale:

$$-5x = -3 + 11$$

- 4) sommo i numeri a destra dell'uguale:

$$-5x = +8$$

- 5) poichè il coefficiente dell'incognita è negativo, riscrivo l'equazione cambiando di segno tutti i termini, a sinistra e a destra dell'uguale:

$$+5x = -8$$

- 6) riscrivo l'equazione dividendo il primo e il secondo membro per il coefficiente dell'incognita (nel nostro caso devo dividere per +5):

$$+\frac{5x}{5} = -\frac{8}{5}$$

- 7) semplifico la frazione a sinistra dell'uguale:

$$x = -\frac{8}{5}$$

in questo esempio non posso semplificare la frazione a destra dell'uguale, per cui ho finito e la **soluzione** dell'equazione é:

$$x = -\frac{8}{5}$$

significa che $-\frac{8}{5}$ è il numero che sostituito all'incognita, nell'equazione dalla quale sono partito, rende vera l'uguaglianza (1° membro = 2° membro)

Verifica: (sostituisco all'incognita la **soluzione** trovata):

$$+2x + 3 = +11 + 7x$$

$$+2 \cdot \left(-\frac{8}{5}\right) + 3 = +11 + 7 \cdot \left(-\frac{8}{5}\right)$$

$$-\frac{16}{5} + 3 = +11 - \frac{56}{5}$$

$$\frac{-16 + 15}{5} = \frac{+55 - 56}{5}$$

$$-\frac{1}{5} = -\frac{1}{5} \quad \text{poichè il primo membro è uguale al secondo, l'uguaglianza è verificata}$$

e la soluzione cercata è proprio il numero $-\frac{1}{5}$

22. $6 \cdot (4x - 1) = 7 \cdot (4x + 2)$ [-5]
23. $6 \cdot (x + 1) - 3 \cdot (2x - 1) = 10 + 3x - 2 \cdot (3 - x)$ [1]
24. $5x + 2 - 4 \cdot (3x - 2) + 2 = 3 - 12x + 3 \cdot (3x - 1)$ [3]
25. $3 \cdot (2x - 1) - 5 \cdot (x + 4) = -2 \cdot (3x + 1)$ [3]
26. $5(2x - 3) - 2(3x - 1) = 7x - (4x + 5)$ [8]
27. $3x - \{2x - [6 - 2 \cdot (1 - x) - 10] + 2 \cdot (x - 1)\} = 5x$ [-1]
28. $20x - 10 - (15x + 20 - 18x) - 3x = 30x + 5 - 3x$ [-5]
29. $4 \cdot (3x - 1) - 6 \cdot (2x + 5) = 4x + 14$ [-12]
30. $2 \cdot (x - 3) + 3 \cdot (x - 1) = 5x + 4 \cdot (x - 4)$ $\left[\frac{7}{4} \right]$
31. $7 \cdot (x - 3) - 1 = 2 \cdot (x - 3) - 6$ [-2]
32. $-5 \cdot (x - 2) - (x + 2) = 3 \cdot (1 - x) - 6x$ $\left[-\frac{5}{3} \right]$
33. $1 - 5x = 2(x - 3) + 3(x - 1)$ [1]
- ~~34.~~ $6(x + 2) - 3(x + 4) + 3 = 2x + 4(x + 1)$ $\left[-\frac{1}{3} \right] (*)$
- ~~35.~~ $3x - 4(x + 1) - 5x + 9 = 5(2x + 7) - 6$ $\left[-\frac{3}{2} \right]$
- ~~36.~~ $2(x - 4) = 7x - 3(x + 1) + 5(2x + 5)$ $\left[\frac{15}{6} \right]$
- ~~37.~~ $10(x + 2) + 20 = 6(x - 2) + 22 - x$ [-6]
38. $2x + 28 = 40 + 5x - 6x$ [4]
- ~~39.~~ $4(-3 - x) - 14(x + 2) + 15 = -15 - 8x$ [-1]
40. $4x - 9 + 2 \cdot (x + 3) = 3 \cdot (x + 1)$ [2]
41. $2(2x - 1) - 2x = 2(5x - 5)$ [2]
42. $3(x - 1) - 2x = 4(x - 2) - 1$ [2] (*)
43. $3(x - 1) - 2x = 4(x - 2) - 1$ [2] (*)

$$16. \frac{1-2x}{2} + \frac{4-4x}{10} = \frac{2x-13}{10} - \frac{4x-3}{5} \quad [2]$$

$$17. \frac{2x-3}{6} + \frac{21-x}{3} - \frac{5}{6} = \frac{21-x}{3} - \frac{x+1}{12} \quad [3]$$

$$18. 4x - \frac{x+3}{4} - \frac{5 \cdot (x+1)}{3} = \frac{3 \cdot (x-2)}{2} - \frac{4 \cdot (x+1)}{3} \quad [-1]$$

$$19. \frac{3x-1}{6} + \frac{3x-1}{4} - \frac{4-x}{3} = \frac{x+2}{12} + \frac{2}{3} + \frac{11}{12} \quad \left[\frac{7}{3} \right]$$

$$20. \frac{x+1}{2} - \frac{3-x}{4} = 2 - \frac{1}{3} \cdot (6-2x) \quad [3]$$

$$21. \frac{3 \cdot (2x-5)}{4} - \frac{4 \cdot (x-2)}{5} + \frac{-10x+10}{10} = \frac{x-12}{10} \quad \left[\frac{1}{8} \right]$$

$$22. \frac{3 \cdot (2x+1)}{5} - \frac{3 \cdot (1+x)}{15} = 2 + \frac{15x-2}{20} \quad [6]$$

$$23. 3 \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{x+16}{4} \right) - (x-2) - \frac{1}{4} = -\frac{2x+1}{4} \quad [-2]$$

$$24. \frac{2x+1}{4} - (x-2) = -3 \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{x+16}{4} \right) + \frac{1}{4} \quad [-2]$$

$$25. \frac{3 \cdot (x-2)}{4} + \frac{1}{2}x - x = \frac{x-1}{2} - \frac{2 \cdot (x+3)}{4} + \frac{1}{6} \quad \left[-\frac{4}{3} \right]$$

$$26. 2x - \frac{9}{4} + 3 \cdot (x-1) = 2 \cdot \left(x - \frac{1}{3} \right) - \frac{5}{6} \quad \left[\frac{5}{4} \right]$$

$$27. \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{x+1}{2} - \frac{x+2}{6} \right) = x + \frac{3}{2} \quad \left[-\frac{11}{6} \right]$$

$$28. \frac{3}{4} \cdot (2x-5) - \frac{4 \cdot (x-2)}{5} - \frac{3x-3}{3} = \frac{x-12}{10} \quad \left[\frac{1}{8} \right]$$

$$29. \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3x-1}{2} - \frac{x+2}{3} \right) = \frac{1}{9}x - \frac{4}{9} \quad \left[-\frac{1}{5} \right]$$

$$30. \frac{3 \cdot (2x-1)}{4} - \frac{5 \cdot (3x-5)}{3} = \frac{7-4x}{12} + \frac{2}{3} \quad [2]$$

$$31. -\frac{x}{2} = \frac{x+2}{5} - \frac{7}{10}x \quad [\text{imposs.}]$$

m.c.m. $(x-3)(x+3)$

$$\frac{(x-\dots)(x+\dots)}{(x-\dots)(x+\dots)} \cdot \frac{16x-8(x+\dots)}{(x+3)(x-\dots)} = \frac{5(x-\dots)}{(x+3)(x-\dots)} \cdot \frac{(x+3)(x-\dots)}{(x+3)(x-\dots)}$$

$$16x - 8x - \dots = 5x - \dots$$

$$16x - 8x - 5x = \dots - \dots$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{\dots}{3}$$

 $x = \dots$ soluzione non

Risolvi le seguenti equazioni fratte.

~~3~~ $\frac{2x+1}{x} = \frac{1}{2}$

$\left[x = -\frac{2}{3}, \text{accettabile} \right]$

~~4~~ $\frac{x+1}{x+2} - \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

$[x = -8, \text{accettabile}]$

~~5~~ $\frac{2x-5}{2} = \frac{x^2-3x+1}{x-2}$

$\left[x = \frac{8}{3}, \text{accettabile} \right]$

~~6~~ $\frac{x+1}{x} = \frac{x-2}{x-1}$

$\left[x = \frac{1}{2}, \text{accettabile} \right]$

~~7~~ $\frac{x-3}{x+1} = \frac{x+4}{x-2}$

$\left[x = \frac{1}{5}, \text{accettabile} \right]$

~~8~~ $\frac{2}{(x-1)^2} = \frac{1}{x-1}$

$[x = 3, \text{accettabile}]$

~~9~~ $\frac{2x-1}{x+2} + \frac{1-x}{1+x} = \frac{x-3}{x+2}$

$[x = -2, \text{non accettabile}]$

~~10~~ $\frac{2x-1}{4x} = \frac{x-1}{2x+1}$

$\left[x = \frac{1}{4}, \text{accettabile} \right]$

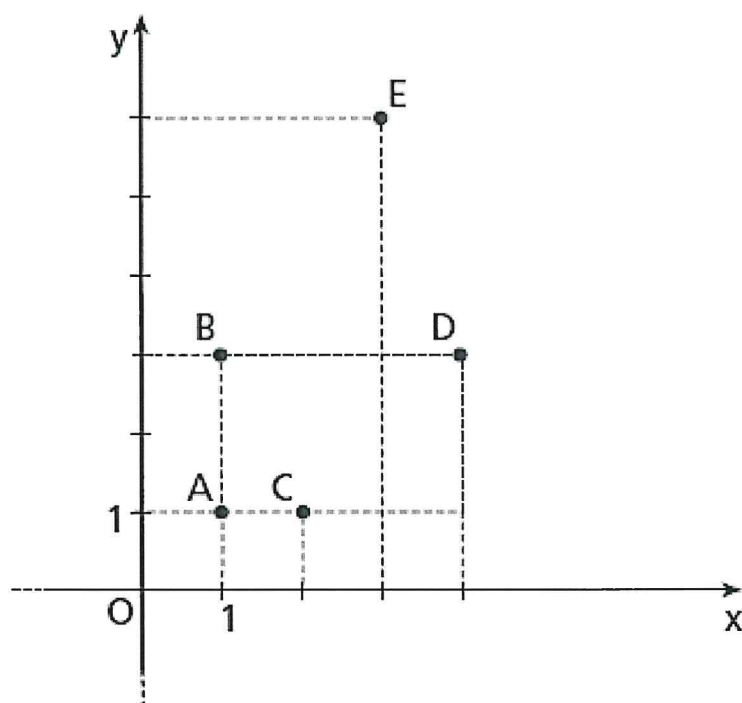
~~11~~ $\frac{2x}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$

$[x = -2, \text{non accettabile}]$

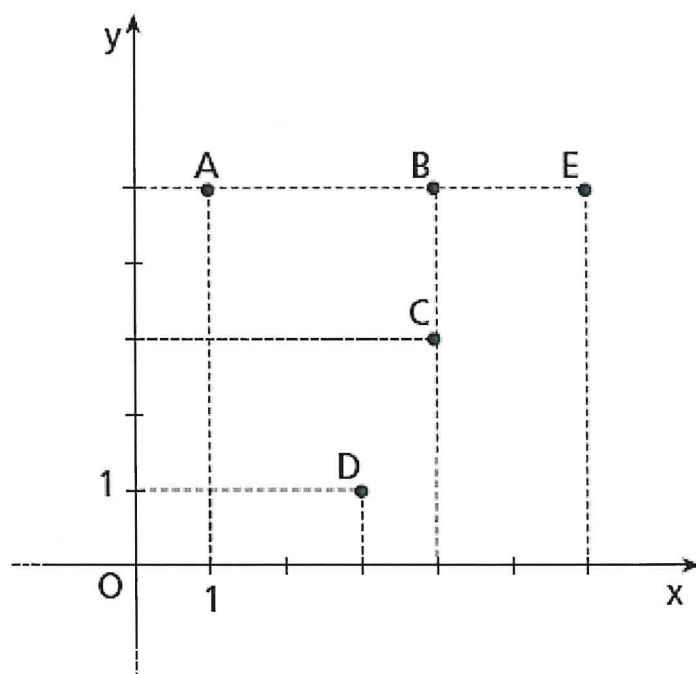
ESERCIZI – PIANO CARTESIANO

1. Le coordinate di un punto su un piano

1A Scrivi le coordinate dei punti indicati in figura.



1B Scrivi le coordinate dei punti indicati in figura.



Rappresenta nel piano cartesiano i seguenti punti e calcola l'area ed il perimetro del poligono ottenuto congiungendo i vertici.

1.

$A(2; 5), B(4; 5), C(4; 1), D(2; 1)$

2.

$A(-1; -1), B(-1; 7), C(12; 7), D(12; -1)$

3.

$A(4; 1), B(4; 9), C(6; 9), D(6; 6), E(10; 6), F(10; 1)$

2. I segmenti nel piano cartesiano

5 A Verifica che il triangolo di vertici $A(3; 2)$, $B(9; -2)$ e $C(7; 8)$ è isoscele. Calcola la misura del perimetro e l'area.

5 B Verifica che il triangolo di vertici $A(2; 1)$, $B(8; -3)$ e $C(6; 7)$ è isoscele. Calcola la misura del perimetro e l'area.

Trova l'area e la lunghezza del lato maggiore del quadrilatero $ABCD$.

6 A $A(3; -2)$, $B(0; 4)$, $C(-4; -1)$, $D(-1; -2)$.

6 B $A(4; 6)$, $B(-2; -2)$, $C(0; -1)$, $D(5; -2)$.

7 A Sia $M(1; 6)$ il punto medio del segmento AB , con $A(-3; 5)$. Determina le coordinate di B .

7 B Sia $M(2; 5)$ il punto medio del segmento AB , con $A(-2; 4)$. Determina le coordinate di B .

POLIGONI E PIANO CARTESIANO

ESERCIZIO 1

SEGNA CON UNA CROCETTA SE L'AFFERMAZIONE È VERA O FALSA.

☒ A)	L'ASSE DELLE x SI CHIAMA ORDINATA.	V	F
☒ B)	L'ASSE DELLE y SI CHIAMA ORDINATA.	V	F
☒ C)	IL PUNTO DI COORDINATE (0,0) SI CHIAMA ORIGINE.	V	F
☒ D)	IL PIANO CARTESIANO È DIVISO IN 2 QUADRANTI.	V	F

ESERCIZIO 2

COMPLETA L'AFFERMAZIONE SCEGLIENDONE UNA TRA LE DUE OPZIONI PROPOSTE.

☒ A)	NEL PUNTO $P(+5; +6)$ L'ASCISSA È:	+5
		+6

☒ B)	NEL PUNTO $P(+5; +6)$ L'ORDINATA È:	+5
		+6

☒ C)	NEL PUNTO $P(-\frac{3}{5}; +\frac{7}{4})$ L'ASCISSA È:	NEGATIVA
		POSITIVA

☒ D)	NEL PUNTO $P(-\frac{3}{5}; +\frac{7}{4})$ L'ORDINATA È:	NEGATIVA
		POSITIVA

ESERCIZIO 3

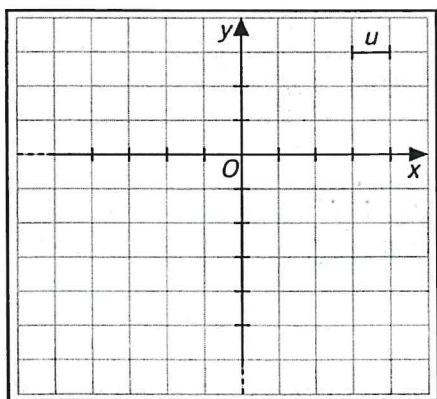
CALCOLA LA MISURA DEL SEGMENTO AB CONOSCENDO LE COORDINATE DEI PUNTI A E B E INDICA LA SUA POSIZIONE RISPETTO AGLI ASSI.

	COORDINATE	DISTANZA	PARALLELO ALL'ASSE DELLE ...
A)	ESEMPIO A(+5;-2); B(+3;-2)	$AB = +5 - (+3) = +5 - 3 = 2$	x
B)	A(+3;-1); B(+7;-1)	AB =	
C)	A(-4;-5); B(-4; -6)	AB =	
D)	A(+11; +7); B(+11; +1)	AB =	
E)	A(+1; -6); B(+9; -6)	AB =	

~~X~~ ESERCIZIO 4

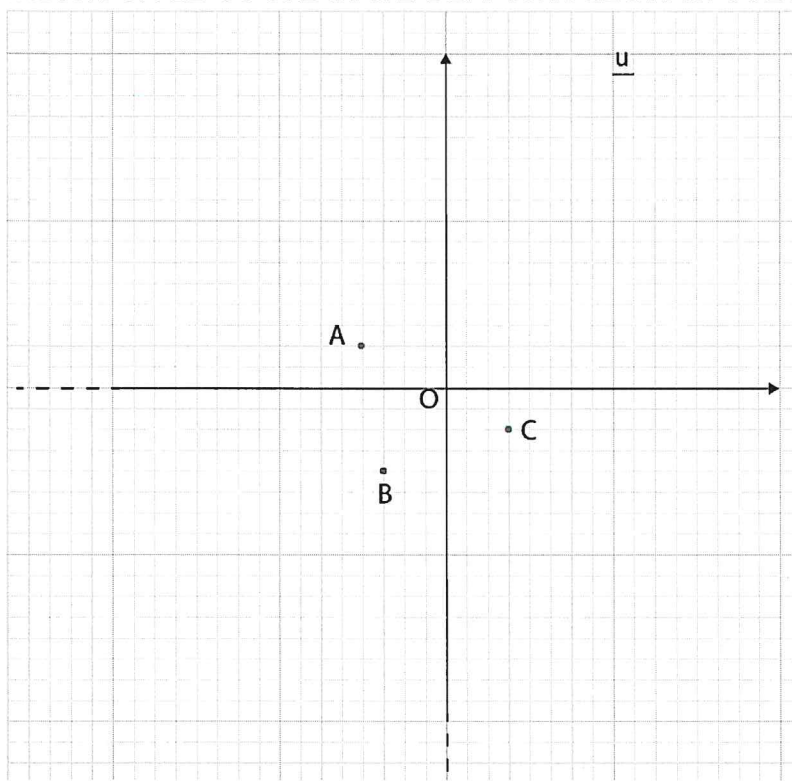
INDIVIDUA SUL PIANO CARTESIANO I SEGUENTI PUNTI.

A(+2;+4); B(-3;+2); C(-1;-4);



~~X~~ ESERCIZIO 5

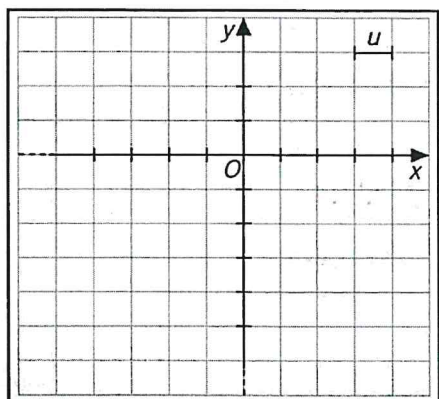
INDIVIDUA LE COORDINATE DEI PUNTI SEGNATI SUL PIANO CARTESIANO.



A(...;...); B(...;...); C(...;...);

~~X~~ ESERCIZIO 6

INDIVIDUA SUL PIANO CARTESIANO IL SEGMENTO DI PUNTI **R** (-1;-5) E **S** (-1;1),
TROVA LE COORDINATE DEL PUNTO **MEDIO M** E VERIFICA GRAFICAMENTE.



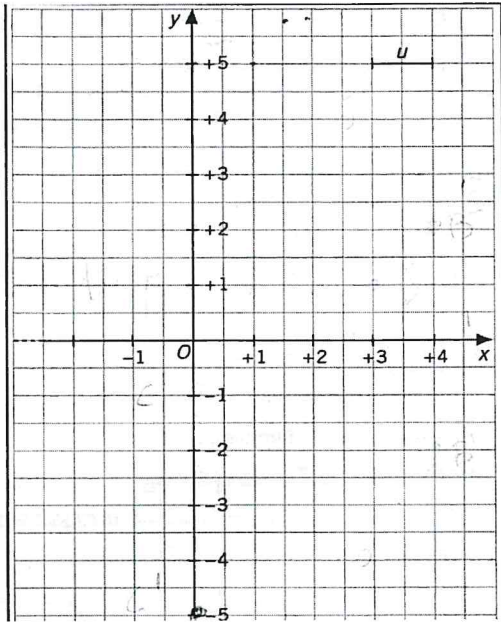
$$x_M = \frac{-1+(-5)}{2} =$$

$$y_M = \frac{-5+1}{2} =$$

ESERCIZIO 7

INDIVIDUA SU UN PIANO CARTESIANO I PUNTI DI COORDINATE $P(1;1)$; $R(4;1)$; $S(1,5)$.

UNISCILI E CALCOLA IL PERIMETRO DEL POLIGONO CHE HAI INDIVIDUATO.



CALCOLA LA MISURA DEI SEGMENTI:

PR =

RS =

PS =

CALCOLA IL PERIMETRO:

PR + PS + RS =

Appunti Geometria Analitica

Elementi di geometria analitica: la retta

1. Distanza fra due punti. Punto medio di un segmento
2. Equazione della retta
3. Intersezione di due rette
4. Rette parallele e rette perpendicolari
5. Retta passante per un punto
6. Retta passante per due punti
7. Distanza di un punto da una retta

Esercizi di riepilogo

Test

Scheda di
autovalutazione

Esercizi proposti

Per affrontare questa Unità devi conoscere il sistema di riferimento cartesiano e saper risolvere le equazioni e i sistemi. Imparerai a riconoscere le equazioni della retta e della parabola, a rappresentarle nel piano cartesiano e a risolvere i problemi che riguardano la retta e la parabola.

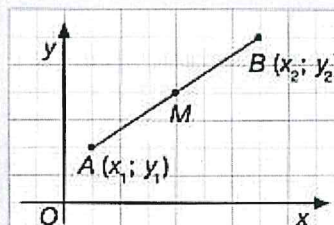
1. Distanza fra due punti. Punto medio di un segmento

Nel piano cartesiano consideriamo due punti $A(x_1; y_1)$ e $B(x_2; y_2)$.
La distanza AB , cioè la lunghezza del segmento AB , si calcola con la formula:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Se si indica con M il punto medio del segmento AB , le sue coordinate sono:

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



ESERCIZI GUIDATI

1. Dati $A(5; -1)$ e $B(-2; 3)$, calcola la lunghezza del segmento AB .

Applicando la formula si ottiene

$$\overline{AB} = \sqrt{(-2 - 5)^2 + (3 + 1)^2} = \dots\dots\dots$$

2. Dati $A(2; -3)$, $B(4; 0)$ e $C(-1; 2)$, determina le coordinate del punto medio M del segmento AB e del punto medio N del segmento BC .

$$x_M = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_M = \frac{-3 + 0}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$x_N = \dots\dots\dots \quad y_N = \dots\dots\dots$$

3. Scrivi le coordinate dei punti medi M ed N dei segmenti aventi per estremi i punti $A(-4; 2)$ e $B(2; 4)$ e i punti $C(-2; 0)$ e $D(6; 5)$.

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \dots\dots\dots$$

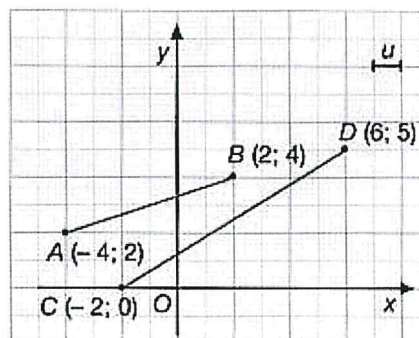
$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \dots\dots\dots$$

$$M(\dots\dots\dots)$$

$$x_N = \dots\dots\dots$$

$$y_N = \dots\dots\dots$$

$$N(\dots\dots\dots)$$



2. Equazione della retta

Quando si rappresentano nel piano cartesiano le funzioni algebriche di 1° grado, come ad esempio:

$$y = 3x \quad y = x + 3 \quad y = 2x - 1$$

il diagramma cartesiano è rappresentato da una retta.

Per questo motivo queste funzioni si dicono **funzioni lineari**.

Ogni equazione di 1° grado in due incognite x e y può essere scritta sotto forma di funzione lineare: basta risolverla rispetto alla variabile y .

Ad esempio:

$$3x + y - 1 = 0 \longrightarrow y = -3x + 1$$

$$x + 2y + 5 = 0 \longrightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$$

Si può perciò concludere che ogni equazione di 1° grado in due incognite è rappresentata nel piano cartesiano da una retta.

In generale si dice che un'equazione del tipo

$$ax + by + c = 0$$

è l'equazione di una retta.

Se si risolve rispetto a y , l'equazione assume la forma:

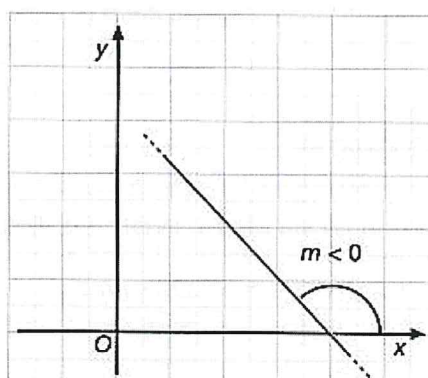
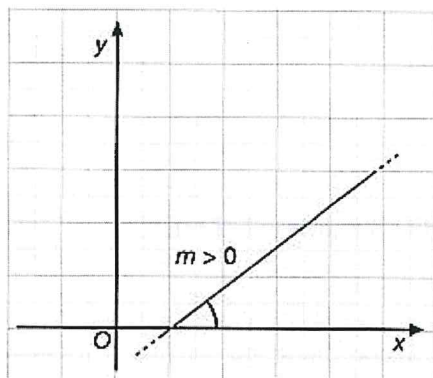
$$y = mx + n$$

che si dice **equazione della retta in forma esplicita**.

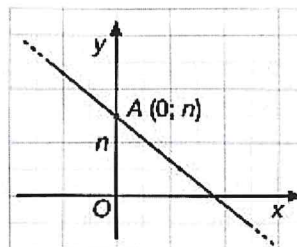
Il coefficiente numerico m prende il nome di **coefficiente angolare** della retta, perché da esso dipende la pendenza della retta:

se $m > 0$ la retta forma un angolo acuto con la direzione positiva dell'asse delle ascisse;

se $m < 0$ la retta forma un angolo ottuso con la direzione positiva dell'asse delle ascisse.

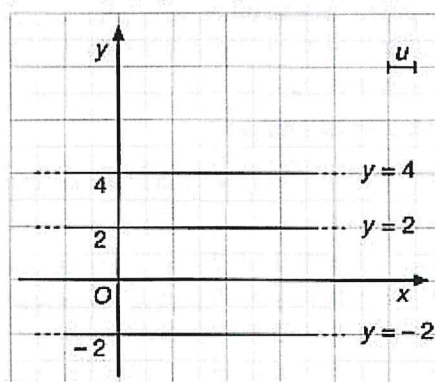
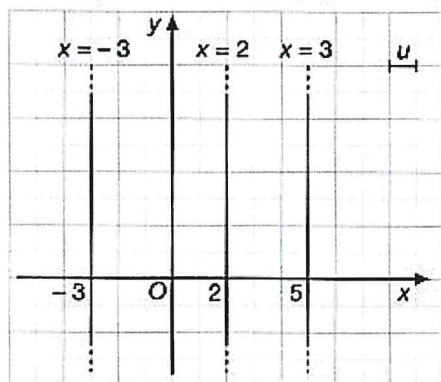


Il termine noto n dell'equazione in forma esplicita della retta prende il nome di **ordinata all'origine** e rappresenta l'ordinata del punto in cui la retta interseca l'asse y .



Rette particolari

- L'asse x è costituito da tutti e soli i punti che hanno ordinata nulla.
Quindi l'equazione dell'asse x è $y = 0$
- L'asse y è costituito da tutti e soli i punti che hanno ascissa nulla.
Quindi l'equazione dell'asse y è $x = 0$
- Una retta parallela all'asse x , passante per il punto $A(0; h)$, ha equazione $y = h$
- Una retta parallela all'asse y , passante per il punto $B(k; 0)$, ha equazione $x = k$



- Una retta che passa per l'origine degli assi ha equazione $ax + by = 0$ oppure $y = mx$ (forma esplicita) cioè nella sua equazione non c'è il termine noto.

ESERCIZI GUIDATI



Scrivi in forma esplicita ciascuna delle seguenti equazioni di rette.

$$x + y - 3 = 0 \longrightarrow y = -x + 3$$

$$2x + 3y = 0 \longrightarrow 3y = -2x \longrightarrow y = -\frac{2}{3}x$$

$$5x + y + 1 = 0 \dots\dots\dots$$

$$2y - 3x + 6 = 0 \dots\dots\dots$$

2 Rappresenta nel piano cartesiano la retta di equazione $2x - y - 3 = 0$.

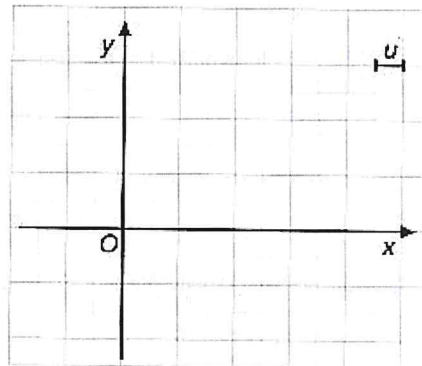
Scrivi l'equazione in forma esplicita, ricavando y :

$$-y = -2x + 3$$

$$y = 2x - 3$$

Per ottenere le coordinate di due punti della retta si attribuiscono alla x due valori qualsiasi e si ricavano (sostituendo) i corrispondenti valori di y :

x	y	
0	-3	$\rightarrow A(0; -3)$
1	-1	$\rightarrow \dots\dots\dots$



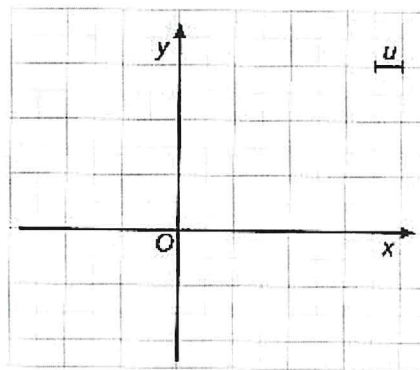
Individua i due punti A e B nel piano cartesiano: se li unisci ottieni la retta.

3 Rappresenta graficamente la retta di equazione $3x - y - 2 = 0$.

La forma esplicita è: $\dots\dots\dots$

Individua due punti della retta e disegna:

x	y	
0	$\dots\dots$	$\rightarrow A(\dots\dots; \dots\dots)$
1	$\dots\dots$	$\rightarrow B(\dots\dots; \dots\dots)$



4 Data la retta di equazione $2x - y + 1 = 0$, indica le sue caratteristiche deducendole dall'equazione.

L'equazione in forma esplicita è: $\dots\dots\dots$

Il coefficiente angolare indica che la retta forma un angolo $\dots\dots\dots$ con la direzione positiva dell'asse x .

Il termine noto indica che la retta interseca l'asse y nel punto $\dots\dots\dots$

- 5 Scrivi l'equazione della retta che passa per l'origine degli assi e ha coefficiente angolare $\frac{1}{2}$. Rappresenta la retta nel piano cartesiano.

Le rette che passano per l'origine hanno equazione:

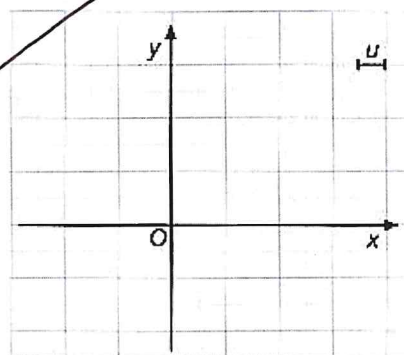
$$y = mx$$

L'equazione della retta è perciò:

.....

Costruisci una tabella e disegna la retta:

x	y
0	0
.....	



- 6 Scrivi l'equazione della retta di coefficiente angolare $\frac{2}{3}$ che interseca l'asse y nel punto A (0; -3).

Nell'equazione generica della retta in forma esplicita $y = mx + n$

si ha $m = \frac{2}{3}$ ed $n = -3$

Quindi l'equazione della retta è:

- ☒ Rappresenta nel piano cartesiano le rette di equazione $x - 2 = 0$ e $y - 3 = 0$.

Se si scrive l'equazione $x - 2 = 0$ nella forma:

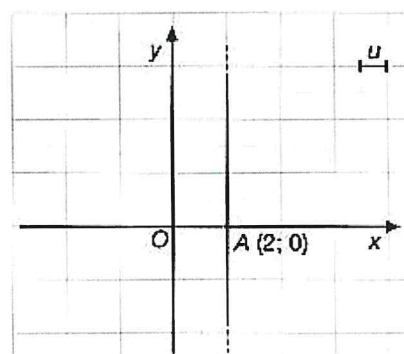
$$x = 2$$

si tratta della parallela all'asse y che passa per A (2; 0).

Se si scrive l'altra equazione nella forma:

$$y = 3$$

si tratta della



- ☒ Stabilisci se il punto P (2; 3) appartiene alla retta di equazione $2x - 3y + 5 = 0$.

Sostituendo alla x e alla y le coordinate di P si ottiene:

$$2 \cdot 2 - 3 \cdot 3 + 5 = 0 \longrightarrow 4 - 9 + 5 = 0 \longrightarrow 0 = 0$$

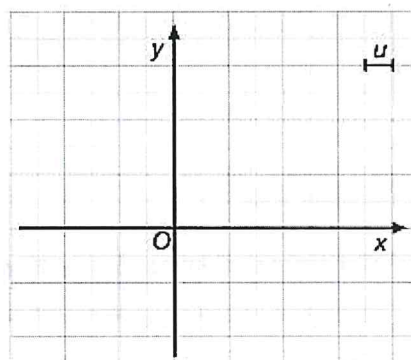
Quindi il punto P

ESEGUI I SEGUENTI ESERCIZI

- 1 Rappresenta nel piano cartesiano le rette di equazioni $y = x + 2$ e $y = -x + 4$.

x	y
.....	
.....	

x	y
.....	
.....	



- 2 Verifica se i punti $A(1; -5)$ e $B(2; 4)$ appartengono alla retta di equazione $y = 2x - 7$.

.....

- 3 Accanto a ciascuna equazione di retta scrivi il suo coefficiente angolare e il punto in cui la retta interseca l'asse y .

$y = \frac{1}{3}x + 5$

$y = -2x - 1$

$y = -\frac{5}{7}x + \frac{3}{4}$

- 4 Scrivi l'equazione della retta che ha coefficiente angolare $\frac{2}{3}$ e interseca l'asse y nel punto $P(0; -2)$.

.....

- 5 Accanto a ciascuna equazione scrivi quale retta particolare rappresenta.

$x = 5$

$y = -3$

$x + 1 = 0$

$y = 0$

3. Intersezione di due rette

Le coordinate del punto intersezione di due rette si trovano risolvendo il sistema formato dalle equazioni delle due rette.

Se il sistema risulta impossibile significa che le rette non si incontrano, cioè sono parallele.

ESERCIZI GUIDATI

- 1 Trova il punto di intersezione delle rette di equazione $3x - y - 1 = 0$ e $2x + y - 4 = 0$.

Si risolve il sistema formato dalle due equazioni:

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \quad \text{con il metodo di riduzione} \quad \begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x + y = 4 \\ \hline 5x = 5 \end{cases} \rightarrow x = 1$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

Il punto intersezione è

- 2 Trova il punto di intersezione delle rette di equazione $3x - y + 1 = 0$ e $y = 2x - 3$.

Risolvi il sistema:

$$\begin{cases} 3x - y + 1 = 0 \\ y = 2x - 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

Il punto intersezione è

- 3 Trova le intersezioni con l'asse x e l'asse y della retta di equazione $y = 3x - 1$.

L'asse x ha equazione $y = 0$; si risolve perciò il sistema:

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

Trova le intersezioni con l'asse y :

$$\begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

4. Rette parallele e rette perpendicolari

Date le rette di equazioni:

$$y = mx + n$$

$$y = m'x + n'$$

a) se i loro coefficienti angolari m e m' sono uguali le due rette sono fra loro **parallele**:

condizione di parallelismo $\rightarrow m = m'$

b) se il coefficiente angolare di una retta è l'inverso cambiato di segno del coefficiente angolare dell'altra retta, le due rette sono fra loro **perpendicolari**:

condizione di perpendicolarità $\rightarrow m' = -\frac{1}{m}$ (cioè $m \cdot m' = -1$)

ESEMPI

1 Le rette di equazioni $y = 3x - 7$ e $y = 3x + 15$

sono fra loro parallele, perché hanno entrambe coefficiente angolare uguale a 3.

2 Le rette di equazioni $y = \frac{1}{2}x - 1$ e $y = -2x + 5$

sono fra loro perpendicolari, perché il coefficiente angolare della prima $\left(\frac{1}{2}\right)$ è l'inverso cambiato di segno del coefficiente angolare della seconda (-2) ; infatti:

$$m \cdot m' = \frac{1}{2} \cdot (-2) = -1.$$

3 Data la retta r di equazione $y = -3x + 1$ scrivi l'equazione della retta t parallela a r che interseca l'asse y nel punto $A(0; 5)$.

L'equazione della retta t è $y = mx + n$.

Il coefficiente angolare m deve essere uguale a quello di r (condizione di parallelismo) e quindi è -3 .

L'ordinata all'origine di t è $n = 5$.

L'equazione di t è quindi $y = -3x + 5$.

ESERCIZI GUIDATI

1 Verifica se le rette di equazione $x + y - 1 = 0$ e $2x + 2y + 5 = 0$ sono parallele.

Determina i coefficienti angolari, scrivendo le due equazioni in forma esplicita:

$$x + y - 1 = 0 \longrightarrow y = -x + 1 \quad m = -1$$

$$2x + 2y + 5 = 0 \longrightarrow \dots\dots\dots$$

Le rette sono parallele perché $\dots\dots\dots$

2 Verifica se le rette di equazione $3x - y - 1 = 0$ e $\frac{1}{3}x + y - 2 = 0$ sono perpendicolari.

Determina i coefficienti angolari, scrivendo le due equazioni in forma esplicita:

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

La condizione di perpendicolarità $m \cdot m' = -1$ è verificata: infatti $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

3 Scrivi l'equazione di tre rette parallele alla retta r di equazione $2x - 7y + 1 = 0$.

Determina il coefficiente angolare della retta, scrivendola in forma esplicita:

$$2x - 7y + 1 = 0 \longrightarrow \dots\dots\dots$$

Le tre rette parallele devono avere lo stesso coefficiente angolare di r ; scrivi le loro equazioni:

$\dots\dots\dots$

4 Scrivi l'equazione di tre rette perpendicolari alla retta $2x - 3y - 1 = 0$.

Determina il coefficiente angolare della retta:

$\dots\dots\dots$

Le tre rette perpendicolari devono avere il coefficiente angolare che è l'inverso, cambiato di segno, di quello della retta, cioè $\dots\dots\dots$

Scrivi le equazioni delle tre rette:

$\dots\dots\dots$

Esercizi proposti

- ~~1~~ Dati i punti $A(-3; 1)$, $B(7; -4)$ e $C(3; 7)$, calcola il perimetro del triangolo ABC .
[15 + 5√5]
- ~~2~~ Dato il quadrilatero di vertici $A(-3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(7; 7)$ e $D(-1; 3)$ verifica che i lati BC e AD sono congruenti.
- ~~3~~ Verifica che è rettangolo il triangolo di vertici $A(1; -2)$, $B(2; -5)$ e $C(5; -\frac{2}{3})$.
- ~~4~~ Dato il triangolo PQR di vertici $P(-5; -10)$, $Q(-13; 14)$ ed $R(3; 2)$, indica con M ed N i punti medi dei lati PQ e QR e calcola la lunghezza del segmento MN .
[2√13]
- ~~5~~ Dato il segmento AB di estremi $A(-5; 2)$ e $B(6; -1)$, calcola la sua lunghezza e le coordinate del punto medio.
[√130; (1/2; 1/2)]

Equazione della retta

- ~~6~~ Rappresenta graficamente le rette di equazione:
 $2x - y + 3 = 0$ $4x - y = 0$ $y - 3x + 1 = 0$
- ~~7~~ Determina il punto intersezione delle rette di equazione:
 $y = x - 3$ e $x + y - 9 = 0$ [6; 3]
- ~~8~~ Determina il punto intersezione delle rette di equazione:
 $2x - 5y - 7 = 0$ e $x - 3y - 1 = 0$ [16; 5]

Verifica che le seguenti coppie di rette sono parallele.

- ~~9~~ $3x - 4y = 0$ e $4y - 3x - 4 = 0$
- ~~10~~ $2x + 3y + 3 = 0$ e $3y + 2x = 0$
- ~~11~~ Scrivi le equazioni di tre rette parallele alla retta $y - \frac{1}{3}x + 1 = 0$.
- ~~12~~ Scrivi l'equazione della retta che passa per il punto $P(-2; 1)$ ed è parallela alla retta $2x - 3y - 6 = 0$.
[2x - 3y + 7 = 0]
- ~~13~~ Scrivi l'equazione del fascio di rette di centro $P(-3; 2)$.
[x - 2 = m(x + 3)]
- ~~14~~ Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P(1; -2)$ e parallela alla retta $x + 2y - 5 = 0$.
[x + 2y + 3 = 0]

- 15** Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P(0, 3)$ e perpendicolare alla retta $3x + 2y - 6 = 0$. $[y = \frac{2}{3}x + 3]$

- 16** Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $A(2, 3)$ e perpendicolare alla retta di equazione $y = -\frac{1}{2}x + 2$. $[2x - y - 1 = 0]$

- 17** Verifica se sono perpendicolari le rette di equazione
 $y = 2x + 1$ e $\frac{1}{2}x - y - 2 = 0$

- 18** Scrivi l'equazione dell'asse del segmento i cui estremi sono $A(1; 2)$ e $B(5; 6)$. $[x + y - 7 = 0]$

- 19** Scrivi l'equazione della retta perpendicolare alla retta $y = 3x$, che passa per il punto intersezione delle rette
 $2x - y = 3$ e $x - 2y = 3$ $[x + 3y + 2 = 0]$

Scrivi l'equazione della retta che passa per ciascuna delle seguenti coppie di punti.

- 20** $A(4; 2)$ $B(-1; 7)$ $[x + y - 6 = 0]$

- 21** $H(\frac{2}{3}, \frac{1}{2})$ $K(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ $[6x - 42y + 17 = 0]$

- 22** I punti $A(-1; 2)$, $B(2; -3)$ e $C(1; 4)$ sono vertici del parallelogramma $ABCD$: indica le coordinate del quarto vertice D . $[D(-2; 9)]$

Calcola la distanza del punto P dalla retta indicata.

- 23** $P(5; 0)$ $x - y + 3 = 0$ $[4\sqrt{2}]$

- 24** $P(1; 2)$ $x - y - 4 = 0$ $[\frac{5}{2}\sqrt{2}]$

Calcola la distanza dall'origine di ciascuna delle seguenti rette.

- 25** $y = -2x + 5$ $[1\sqrt{5}]$

- 26** $2x - y - 3 = 0$ $[\frac{3}{5}\sqrt{5}]$

Calcola l'area del triangolo ABC , date le coordinate dei tre vertici.

- 27** $A(3; 2)$ $B(-1; 4)$ $C(6; -2)$ $[5]$

- 28** $A(-2; 1)$ $B(4; -2)$ $C(3; 0)$ $[\frac{9}{2}]$