

COMPITI DELLE VACANZE – MATEMATICA – PROF.SSA LUGANA

CLASSI PRIME

I compiti assegnati ripassano tutti gli argomenti trattati durante l'anno formativo 2017/2018.

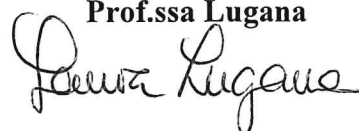
Gli argomenti sono:

- i numeri naturali N e le quattro operazioni in N
- le potenze e le loro proprietà in N
- il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo
- i numeri relativi
- i numeri razionali
- le proporzioni
- problemi con le percentuali
- i monomi
- i polinomi
- equazioni di primo grado intere
- elementi fondamentali della geometria
- operazioni con i segmenti
- gli angoli
- il triangolo
- il teorema di Pitagora

Eseguire gli esercizi segnati e leggere le parti teoriche inserite che servono per ripassare.

Buone vacanze !!! Ci vediamo a settembre

Prof.ssa Lugana



LE ESPRESSIONI CON LE QUATTRO OPERAZIONI IN $\mathbb{N}$

1

COMPLETA

Semplifica la seguente espressione:

$$\{[10 \cdot (2 + 2)] : [16 - (3 \cdot 2)]\} + 3 \cdot (4 - 2).$$

$$\{[10 \cdot (2 + 2)] : [16 - (3 \cdot 2)]\} + 3 \cdot (4 - 2) =$$

$$= \{[10 \cdot (...)] : [16 - (...)]\} + 3 \cdot (...) =$$

$$= \{[...] : [...]\} + 6 =$$

$$= \{... : ...\} + 6 =$$

$$= ... + 6 = ...$$

Esegui le operazioni nelle parentesi tonde.

Esegui le operazioni nelle parentesi quadre.

Esegui le operazioni nelle parentesi graffe

e scrivi il risultato

2

PROVA TU

Semplifica la seguente espressione:

$$\{[(24 - 6 \cdot 3) + 5 \cdot 3] : (9 \cdot 2 - 15) - 3 + 10\} : 2.$$

$$\{[(24 - 6 \cdot 3) + 5 \cdot 3] : (9 \cdot 2 - 15) - 3 + 10\} : 2 =$$

$$= \{[(24 - ...) + 15] : (18 - ...) - 3 + 10\} : 2 =$$

$$= \{[... + 15] : ... - 3 + 10\} : 2 =$$

$$= \{... : ... - 3 + 10\} : 2 =$$

$$= \{... - 3 + 10\} : 2 =$$

$$= ... : 2 =$$

Semplifica le seguenti espressioni.

$$3 \quad [4 \cdot (7 - 3) + 5 \cdot (6 - 2)] - 3 \cdot 10$$

$$[6] \quad 7 \quad [(12 : 3) \cdot 4 - 2 \cdot (3 + 1)] - 4 + 3 \quad [7]$$

$$4 \quad [(2 \cdot 4 + 7) + (2 + 8 : 2) \cdot 5] - (6 + 2) \cdot 5$$

$$[5] \quad 8 \quad 12 : (3 \cdot 4) + (2 + 3) \cdot 5 - [6 \cdot (7 + 1 - 5)] \quad [8]$$

$$5 \quad (12 + 8 - 5) : 5 - (6 + 4 - 9 + 1)$$

$$[1] \quad 9 \quad \{[(13 + 8 - 6) : 3] - (7 + 3 - 8 + 1)\} \cdot 2 \quad [4]$$

$$6 \quad \{[2 \cdot (4 + 8)] : [16 - 4 \cdot 2]\} + 3 \cdot (5 - 2) \quad [12]$$

$$10 \quad [5 \cdot (5 \cdot 4 - 4 \cdot 4) - 9] - \{4 \cdot (32 : 8 + 4) : [(6 \cdot 4) : 12] - 4 \cdot 4\} \quad [11]$$

$$11 \quad [3 \cdot (6 + 2)] + [(13 + 7 + 10) : 2] - 12 - [2 \cdot (10 + 2)] - 3 \quad [0]$$

ESPRESSIONI E PROPRIETÀ DELLE POTENZE IN $\mathbb{N}$

1

COMPLETA

Semplifica la seguente espressione:

$$(2^3)^2 : (2^2)^2 \cdot [(2^3)^4 : (2^6)^2] 5.$$

$$(2^3)^2 : (2^2)^2 \cdot [(2^3)^4 : (2^6)^2] 5 =$$

$$= 2^6 : 2^4 \cdot [2^{\dots} : 2^{\dots}] =$$

$$= 2^{\dots} : [2^{\dots}] =$$

$$= \dots : 1 = \dots$$

Applica la proprietà della potenza di potenza.

Applica la proprietà del quoziente di potenze con la stessa base.

Svilupa le potenze ed esegui la moltiplicazione.

2

PROVA TU

Semplifica la seguente espressione:

$$[(2^6 : 2^4) - 3] \cdot [(6^4 \cdot 6^3) : (6^2 \cdot 6^3)] : (2^2 - 1).$$

$$[(2^6 : 2^4) - 3] \cdot [(6^4 \cdot 6^3) : (6^2 \cdot 6^3)] : (2^2 - 1) =$$

$$= [2^{\dots} - 3] \cdot [6^{\dots} : 6^{\dots}] : (4 - 1) =$$

$$= [\dots - 3] \cdot 6^{\dots} : 3 =$$

$$= \dots \cdot \dots : 3 = \dots$$

ESEGUI LE SEGUENTI ESPRESSIONI:

Semplifica le seguenti espressioni.

$$\text{8} \quad (3^3)^3 : (3^3)^2 \cdot [(3^6)^2 : (3^3)^4] \quad [27]$$

$$\text{9} \quad \{[(2^3)^4 \cdot (2^2)^3] : (2^3)^3\} : (2^3 \cdot 2)^2 \quad [2]$$

$$\text{10} \quad \{[(3^4)^5 : (3^5)^4] \cdot (3^4)^2\} : [3 \cdot (3^2)^3] \quad [3]$$

$$\text{11} \quad 6^6 \cdot 4^6 : (3^2 \cdot 8^2) : 8^4 \quad [81]$$

$$\text{12} \quad [2^6 \cdot 6^6 : (3^2 \cdot 4^2)] : 6^4 \quad [16]$$

$$\text{13} \quad [(6^3 \cdot 2^3 : 4^3)] \cdot [(2^3)^3 : (2^2)^3] : 3^3 \quad [8]$$

$$\text{14} \quad [(5^8 : 5^4)^2 \cdot (5^7 : 5^2)] : 5^{12} + 1^5 \quad [6]$$

$$\text{15} \quad (4^4 - 4^3)^0 \cdot 4 + 4^3 : 4^2 - (5^3 : 5^2) \quad [3]$$

$$\text{16} \quad [(3^5 : 3^4) \cdot 3^2]^2 \cdot [(4^6 : 4^4) \cdot 4]^2 : (3^2 \cdot 4^2)^3 \quad [1]$$

$$\text{17} \quad (2^5 : 4^2)^3 : 2^3 \cdot [(6^3 : 3^2) \cdot 2^5] : (2^2)^3 \cdot 2^0 \quad [12]$$

IL MASSIMO COMUNE DIVISORE E IL MINIMO COMUNE MULTIPLO

1 COMPLETA

Determina il M.C.D. e il m.c.m. di 9, 36, 96.

9 3	36 2	96 2
3 3	18 ...	48 2
1	9 ...	24 ...
	3 3	12 ...
	1	6 ...
		3 3
		1

Scomponi in fattori primi.

$$9 = 3 \cdots$$

$$36 = 2 \cdots \cdot 3 \cdots \quad \text{M.C.D.}(9, 36, 96) = \dots$$

$$96 = 2 \cdots \cdot 3 \quad \text{m.c.m.}(9, 36, 96) = 2 \cdots \cdot 3 \cdots = \dots$$

2 PROVA TU

Determina il M.C.D. e il m.c.m. fra 18, 24, 112.

18 2	24 2	112 2
9 3	12 2	56 2
3 ...	6 ...	28 ...
1	3 ...	14 ...
	1	7 7
		1

$$18 = 2 \cdot 3 \cdots$$

$$24 = 2 \cdots \cdot 3$$

$$112 = 2 \cdots \cdot 7$$

$$\text{M.C.D.}(18, 24, 112) = \dots$$

$$\text{m.c.m.}(18, 24, 112) = 2 \cdots \cdot 3 \cdots \dots$$

Determina il M.C.D. e il m.c.m. dei seguenti numeri naturali.

$$\text{5; 35; 21.}$$

$$[\text{M.C.D.: 1; m.c.m.: } 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105]$$

$$\text{40; 24; 8.}$$

$$[\text{M.C.D.: } 2^3 = 8; \text{m.c.m.: } 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120]$$

$$\text{18; 36; 45.}$$

$$[\text{M.C.D.: 9; m.c.m.: 180}]$$

$$\text{15; 21; 25.}$$

$$[\text{M.C.D.: 1; m.c.m.: 525}]$$

$$\text{9; 15; 63.}$$

$$[\text{M.C.D.: 3; m.c.m.: 315}]$$

$$\text{16; 24; 36.}$$

$$[\text{M.C.D.: 4; m.c.m.: 144}]$$

$$\text{8; 24; 48.}$$

$$[\text{M.C.D.: 8; m.c.m.: 48}]$$

LE ESPRESSIONI CON LE QUATTRO OPERAZIONI IN $\mathbb{Z}$

1 COMPLETA

Semplifica la seguente espressione:

$$(3 \cdot 5) - \{3 - [8 - (4 + 2) - 7] \cdot (13 - 7) + (-13 + 2)\}.$$

$$(3 \cdot 5) - \{3 - [8 - (4 + 2) - 7] \cdot (13 - 7) + (-13 + 2)\} =$$

$$= \dots - \{3 - [8 - \dots - 7] \cdot (\dots) + (-11)\} =$$

$$= \dots - \{3 - [-5](\dots) - 11\} =$$

$$= \dots - \{3 - (-\dots) - 11\} =$$

$$= \dots - \{3 + \dots - 11\} =$$

$$= \dots - \{\dots\} = -7.$$

Esegui le operazioni nelle parentesi tonde.

Esegui le operazioni nelle parentesi quadre.

Moltiplica il numero in parentesi quadra con quello in parentesi tonda.

Applica la regola dei segni.

Esegui le operazioni nella parentesi graffa e scrivi il risultato.

2 PROVA TU

Semplifica la seguente espressione:

$$[7 - (-12 + 7 - 6 + 8) - (-3 + 7 + 4)] \cdot (-14 + 6) : (-4).$$

$$[7 - (-12 + 7 - 6 + 8) - (-3 + 7 + 4)] \cdot (-14 + 6) : (-4) =$$

$$= [7 - (\dots) - (\dots)] \cdot (\dots) : (-4) =$$

$$= [\dots] \cdot (\dots) : (-4) =$$

$$= (\dots) : (-4) =$$

$$= \dots$$

Semplifica le seguenti espressioni.

ESEGUI LE SEGUENTI ESPRESSIONI

$$\times [(-2) \cdot (-3) + (6 + 3) : (-3) - 2] \quad [1]$$

$$\times [2 \cdot (-4) - 16 : (-8) + 7] \cdot (-1) - 5 \quad [-6]$$

$$\times \{[(-10 + 4) : (-3) - 3] \cdot (-8)\} : (-6 + 4) \quad [-4]$$

$$\times 16 + [(-8 + 6) \cdot 2 + 16 : 2] \cdot (-2 - 1) \quad [4]$$

$$\times (-5 + 1) \cdot (5 - 6) + 2 - 3 \cdot [2 - 9 : (-2 - 1)] \quad [-9]$$

$$\times (-18) : 3 - 8 + 12 : (-6) - (7 \cdot 3 - 10) + 8 \cdot 2 \quad [-11]$$

$$\times (-4 - 1) \cdot (4 - 5) + 2 - 3 \cdot [2 - 8 : (-3 - 1)] \quad [-5]$$

$$\times \{[(-10 + 6) : (-2) - 2] : 8\} : 15 + [(-4 + 6) \cdot 2 + (15 : 3)] : (-3) \quad [-3]$$

$$\times 3 \cdot 4 + \{3 - [2 - (1 - 3) + 7] \cdot (10 - 7) - (-13 + 3)\} \quad [-8]$$

Semplifica le seguenti espressioni.

ESEGUI LE SEGUENTI ESPRESSIONI

$$3 \quad \left[\frac{1}{3} + \frac{6}{5} : \left(-\frac{18}{10} \right) \right] + 1 \quad \left[\frac{2}{3} \right]$$

$$4 \quad \left[\left(\frac{1}{12} + \frac{7}{6} - 1 \right) \cdot \left(\frac{4}{15} - \frac{2}{3} + \frac{4}{5} \right) \right] \quad \left[\frac{1}{10} \right]$$

$$5 \quad \left[\left(-\frac{4}{5} - \frac{9}{10} + \frac{5}{3} \right) : \left(-\frac{4}{15} \right) \right] \quad \left[\frac{1}{8} \right]$$

$$6 \quad \left\{ \frac{2}{3} : \left[\frac{1}{8} : \left(\frac{5}{2} - \frac{9}{4} \right) \right] \right\} \quad \left[\frac{4}{3} \right]$$

$$7 \quad \left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) : \left(\frac{4}{3} + 1 \right) \quad \left[-\frac{1}{2} \right]$$

$$8 \quad \left[-\left(1 - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{5} : \left(\frac{3}{20} \right) \right] \cdot \left(\frac{3}{7} - 1 \right) \quad \left[-\frac{1}{3} \right]$$

$$9 \quad \left\{ \frac{3}{4} \cdot \left[\left(\frac{7}{20} - \frac{3}{5} + 1 \right) : \frac{3}{5} \right] \right\} \quad \left[\frac{15}{16} \right]$$

$$10 \quad \left[\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right) : \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) \right] : \left(-\frac{1}{3} \right) \quad [-2]$$

Semplifica le seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze.

- 3 $1 + \left[\left(\frac{3}{2}\right)^3\right]^2 : \left\{\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^1 : \left(-1 + \frac{1}{3}\right)^4\right\}$ [2]
- 4 $\left[\left(\frac{5}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2\right]^2 : \left[\left(1 + \frac{2}{3}\right)^2\right]^6 - 1$ $\left[\frac{16}{9}\right]$
- 5 $\left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right)^2 : \left(-1 + \frac{3}{4}\right)^2\right]$ $\left[\frac{1}{9}\right]$
- 6 $\left\{\left[\frac{1}{5} : \left(1 - \frac{3}{5}\right)^2 - \frac{1}{2}\right]^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3\right\}$ [1]
- 7 $\left[\left(1 - \frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 : \left(\frac{13}{12} - \frac{1}{4}\right)^3\right]$ $\left[\frac{25}{36}\right]$
- 8 $\left[\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)^2 : \left(-1 + \frac{1}{2}\right)^2\right] - 2$ $\left[\frac{1}{4}\right]$
- 9 $\left[\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{8} - \frac{5}{4} + \frac{1}{2}\right)^3\right] : \left(1 - \frac{1}{5}\right)$ $\left[\frac{16}{25}\right]$
- 10 $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left[\left(\frac{4}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{3}\right)\right] + \left(-\frac{3}{4}\right)^3 : \left[\left(-\frac{3}{4}\right)^3\right]^2 : \left(-1 + \frac{1}{4}\right)^{-4}$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$
- 11 $\left[\left(\frac{4}{5} - 2\right)^4 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-4}\right] : \left[(-2)^{-4} : \left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]^{-3} + 1$ [-1]

Rapporti e proporzioni

Rapporti

Si dice **rapporto di due numeri**, , il secondo dei quali diverso da zero, il risultato della divisione del primo per il secondo. Perciò:

$$\begin{array}{ll}\text{il rapporto fra 30 e 6 è:} & 30 : 6 = 5 \\ \text{il rapporto fra 7 e 5 è:} & 7 : 5 = 1,4\end{array}$$

I due numeri si dicono termini del rapporto; il primo si chiama **antecedente** ed il secondo **conseguente**.

Si dice valore di un rapporto il valore della divisione fra il primo ed il secondo termine.

Proporzioni

Dati i due rapporti $35 : 7$ e $15 : 3$, è facile verificare che il loro valore è lo stesso (e precisamente 5). Potremo allora scrivere:

$$35 : 7 = 15 : 3$$

e leggere "35 sta a 7 come 15 sta a 3".

Quando ciò si verifica si dice che i quattro numeri, nell'ordine con cui sono stati scritti, formano una proporzione:

Una proporzione è l'uguaglianza di due rapporti.

I termini della proporzione prendono i seguenti nomi: il primo ed il quarto termine si chiamano **estremi**, il secondo ed il terzo **medi**.

Il quarto termine prende anche il nome di quarto proporzionale dopo gli altri tre.

Proprietà fondamentale

In una proporzione, il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

Ad esempio, data la proporzione

$$14 : 7 = 8 : 4$$

il prodotto dei due estremi $7 \cdot 8$ è uguale a 56 e quello dei due medi $14 \cdot 4$ è anch'esso uguale a 56: i due prodotti risultano uguali.

Calcolo del termine incognito di una proporzione

Data la proporzione $10 : 4 = 20 : x$, cerchiamo di determinare il valore della x , cioè dell'estremo incognito.

Applicando la proprietà fondamentale, possiamo scrivere: $10 \cdot x = 4 \cdot 20$

Dovremo perciò trovare il numero che moltiplicato per 10 dia lo stesso risultato della moltiplicazione $4 \cdot 20$ (che fa 80):

$$x = \frac{4 \cdot 20}{10} = 8$$

In ogni proporzione, un estremo incognito è uguale al prodotto dei medi diviso l'altro estremo.

Allo stesso modo, data la proporzione $2 : 4 = x : 12$, dove l'incognita è uno dei medi, si ha:

$$x = \frac{2 \cdot 12}{4} = 6$$

In ogni proporzione, un medio incognito è uguale al prodotto degli estremi diviso l'altro medio.

Esercizi

1)	$3 : 5 = 6 : x$	$7 : x = 21 : 15$	$x : 9 = 8 : 4$	$[10; 5; 18]$
2)	$9 : x = 3 : 2$	$5 : 10 = 4 : x$	$5 : 55 = x : 11$	$[6; 8; 1]$
3)	$x : 16 = 5 : 80$	$25 : x = 15 : 12$	$18 : 108 = 7 : x$	$[1; 20; 42]$
4)	$x : 6 = 7 : 8$	$3 : 9 = x : 10$		$\left[\frac{21}{4}; \frac{10}{3}\right]$
5)	$\frac{9}{7} : \frac{4}{7} = x : \frac{1}{3}$	$\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{7}{10} : x$		$\left[\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right]$
6)	$\frac{3}{5} : x = \frac{1}{3} : \frac{5}{9}$	$\frac{7}{5} : 1 = x : 5$		$[1; 7]$
7)	$x : \frac{19}{20} = \frac{35}{38} : \frac{7}{4}$	$\frac{3}{5} : \frac{4}{7} = \frac{35}{16} : x$		$\left[\frac{1}{2}; \frac{25}{12}\right]$
8)	$\left(1 + \frac{1}{2}\right) : \left(1 + \frac{2}{3}\right) = \left(1 - \frac{1}{4}\right) : x$			$\left[\frac{5}{6}\right]$
9)	$\left(1 + \frac{4}{5}\right) : \left(3 - \frac{1}{5}\right) = x : \left(1 + \frac{4}{3}\right)$			$\left[\frac{3}{2}\right]$
10)	$\left(2 + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right) = x : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)$			$\left[\frac{1}{4}\right]$

Proporzioni continue

Quando una proporzione ha i medi uguali si dice **continua**.

Esempio:

$$9 : 12 = 12 : 16$$

Si può dire che "il 12 è *medio proporzionale* tra 9 e 16".

Solo nel caso di una proporzione continua è possibile risolvere la proporzione anche se ne conosciamo due termini (i due estremi oppure i due medi).

Infatti se applichiamo la proprietà fondamentale a una proporzione come questa:

$$2 : x = x : 8$$

otteniamo:

$$x^2 = 2 \cdot 8 = 16$$

e con l'operazione inversa troviamo la x:

$$x = \sqrt{16} = 4$$

Esercizi

1)	$3 : x = x : 48$	$5 : x = x : 45$	$[12; 15]$
2)	$18 : x = x : 2$	$9 : x = x : 16$	$[6; 12]$
3)	$\frac{3}{20} : x = x : \frac{3}{5}$	$\frac{7}{3} : x = x : \frac{7}{12}$	$\left[\frac{3}{10}; \frac{7}{6}\right]$
4)	$8, \bar{3} : x = x : \frac{1}{12}$	$4,5 : x = x : 0,5$	$\left[\frac{5}{6}; 1,5\right]$

PROBLEMI CON LE PERCENTUALI

Risolvi i seguenti problemi.

1 Ho letto 320 pagine di un romanzo, pari all'80% del libro. Quante pagine mancano alla fine? [80]

2 Una coppia di sposi acquista un appartamento che costa € 140 000. Per pagarlo chiedono un prestito pari al 25% del prezzo di acquisto. Per la restituzione si impegnano a versare alla fine di ogni anno € 5000, pagando però un interesse del 6% sul debito di ogni anno. Calcola a quanto ammonta il prestito e quale cifra viene pagata alla fine del terzo anno. [€ 35 000; € 6500]

3 Un ragazzo acquista uno scooter, il cui prezzo di listino è di € 1549. Per ottenere uno sconto, paga subito € 368,65 in contanti e si impegna a portare il resto in due assegni: il primo, dopo una settimana, di € 316 e il secondo, di importo doppio del primo, dopo due settimane. Quale sconto in percentuale ottiene? [15%]

4 Chiedo a un'amica in prestito € 500 per un anno. Alla fine del periodo riscuoterà la cifra prestata maggiorata del 4%. Un amico è disponibile a prestarmi la stessa cifra chiedendomi alla fine la cifra, € 10,20 di spese e il 3% del capitale come interessi. Quale proposta è più conveniente? Qual è il vantaggio in percentuale? [amica: € 520; amico: € 525,20; ≈ 1%]

5 In una classe prima, gli studenti provengono da quattro comuni.

	COMUNE A	COMUNE B	COMUNE C	COMUNE D
Femmine	9	3	1	1
Maschi	7	3	2	2

Quale percentuale di studenti proviene dal comune A? E quale percentuale dal comune D? [57,14%; 10,7%]

6 Nella prima fase di un gioco a quiz undici concorrenti realizzano i seguenti punteggi.

Punteggi	100	110	120	140	160
n. concorrenti	2	4	1	3	1

Per poter passare alla fase successiva occorre un punteggio di almeno 120. Qual è la percentuale di candidati che supera la prima selezione? [45,45%]

7 Riscaldando una sbarra di alluminio, questa si allunga del 3% e raggiunge una lunghezza di 2,526 m. Quanto era lunga inizialmente la sbarra? [2,5184 m]

8 In una azienda il 15% è costituito da impiegati, il 20% da tecnici specializzati e infine vi sono 273 operai. Quanti sono gli impiegati e quanti i tecnici? [63; 84]

9 Il prezzo di vendita di un divano è di € 1625. Calcola quanto è costato al rivenditore sapendo che ha realizzato un utile del 28%. [€ 1269,53]

10 Un lettore di musica seleziona i brani da un archivio così composto:

LINGUA \ GENERE	GENERE		
	Rock	Folk	Melodico
Inglese	12	4	4
Italiano	6	4	4
Spagnolo	4	/	2

Calcola la probabilità che venga eseguito un brano:

- a) folk; d) in inglese o in spagnolo;
 b) rock in inglese; e) melodico o rock in italiano.
 c) in inglese;
 [a) 20%; b) 30%; c) 50%; d) 65%; e) 25%]

Semplifica la seguente espressione:

$$(-2ab^2)^2 \cdot 5a^6b : (-10a^6b^3).$$

$$\begin{aligned} & (-2ab^2)^2 \cdot 5a^6b : (-10a^6b^3) = \\ & = + \dots a^2b \dots \cdot 5a^6b : (-10a^6b^3) = \\ & = \dots a^{2+\dots} b^{\dots+1} : (-10a^6b^3) = \\ & = + \dots a^{\dots} b^{\dots} : (-10a^6b^3) = \\ & = - \dots \cdot \frac{1}{10} a^{\dots-6} b^{\dots-3} = \\ & = - \dots a^2b^{\dots}. \end{aligned}$$

4 PROVA TU

Semplifica la seguente espressione:

$$\left(-\frac{1}{3}a^2b^4\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}ab\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}ab^2\right) \cdot (-3b)^3.$$

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{3}a^2b^4\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}ab\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}ab^2\right) \cdot (-3b)^3 = \\ & = + \frac{1}{9}a^{\dots}b^{\dots} + \left(-\frac{\dots}{27}a^{\dots}b^{\dots}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}ab^2\right) \cdot (-\dots b^{\dots}) = \\ & = \frac{1}{9}a^{\dots}b^{\dots} + \dots a^{\dots}b^{\dots} = \\ & = \left(\frac{1}{9} + \dots\right)a^{\dots}b^{\dots} = \\ & = \frac{\dots}{9}a^{\dots}b^{\dots}. \end{aligned}$$

Semplifica le seguenti espressioni.

5 $(-3a^2b^2)^2 + \frac{1}{2}ab(-3ab)^3$

$$\left[-\frac{9}{2}a^4b^4\right]$$

6 $a^2b^2 + \frac{3}{5}a^2b\left(-\frac{2}{3}b + b - \frac{7}{6}b\right)$

$$\left[\frac{1}{2}a^2b^2\right]$$

7 $\left(3ab + \frac{5}{6}ab + \frac{1}{3}ab\right) : (25a) - \frac{1}{2}b$

$$\left[-\frac{1}{3}b\right]$$

8 $(-2a^2b^2 + 5a^2b^2 - 6a^2b^2) : \left(-\frac{1}{2}a^2b + \frac{1}{6}a^2b\right)$

$$[9b]$$

9 $(-2b)^4 : b^2 - \frac{7}{4}a^2b^4 : \left(-\frac{1}{2}ab\right)^2$

$$[9b^2]$$

10 $4ab : (-4ab) + (-2a^2b)^3 : (-2ab)^2 + 1$

$$[-2a^4b]$$

11 $\left(-\frac{2}{3}a^2\right)^2 : \left(-\frac{2}{3}a\right)^3 + \frac{4}{3}a^3b^2 : \left(-\frac{1}{3}ab\right)^2$

$$\left[\frac{21}{2}a\right]$$

Semplifica le seguenti espressioni.

3 $(a - 2b^2) - (4b^2 + 2a) + 2b(4 + 3b) [-2a + 8b]$

8 $\frac{2}{3}a^2 - 2a\left(3b - a + \frac{a}{3} - \frac{b}{2}\right) [2a^2 - 5ab]$

4 $2a(a + b) - 2b(a - 3b) - 6b^2 [2a^2]$

9 $[3a^2 + (4a - 1)(a + 1)] - 2a(3a + 1) [a^2 + a - 1]$

5 $2b[a(a + b) + b(a - b) - a^2 + b^2] [4ab^2]$

9 $(y^2 - 3) - (5y^2 + 1) + 2y(2y - 2) [-4y - 4]$

6 $ab\left(a - \frac{1}{4}b\right) + \frac{1}{2}ab\left(a + \frac{1}{2}b\right) \left[\frac{3}{2}a^2b\right]$

10 $(6x - 2x^2 - 1) + (2x - 1)(x - 1) [3x]$

EQUAZIONI DI 1° GRADO INTERE A COEFFICIENTI INTERI

Esempio:

$$+2x + 3 = +11 + 7x$$

Risoluzione:

- 1) porta tutti i monomi con l'incognita a sinistra dell'uguale
- 2) porta tutti i numeri a destra dell'uguale
- 3) ricorda che quando trasporti un termine da sinistra a destra o da destra a sinistra devi cambiarlo di segno
- 4) somma i monomi simili che si trovano a sinistra dell'uguale
- 5) somma i numeri che si trovano a destra dell'uguale
- 6) a questo punto se il coefficiente dell'incognita è negativo, devi riscrivere l'equazione cambiando di segno a tutti i termini, altrimenti vai al punto successivo
- 7) se il coefficiente dell'incognita è uguale a 1, hai terminato, altrimenti devi riscrivere l'equazione dividendo il primo e il secondo membro per il coefficiente dell'incognita
- 8) semplifica la frazione che trovi al primo membro e, se puoi, anche quella al secondo membro
- 9) a questo punto hai trovato la soluzione che avrà la forma:

$$\text{incognita} = \text{numero}$$

$$\text{per esempio: } x = 5$$

nel nostro caso avremo:

$$+2x + 3 = +11 + 7x$$

- 1) trasporto i monomi con l'incognita, a sinistra dell'uguale:

$$+2x - 7x + 3 = +11$$

- 2) trasporto i numeri, a destra dell'uguale:

$$+2x - 7x = -3 + 11$$

- 3) sommo i monomi simili a sinistra dell'uguale:

$$-5x = -3 + 11$$

- 4) sommo i numeri a destra dell'uguale:

$$-5x = +8$$

- 5) poichè il coefficiente dell'incognita è negativo, riscrivo l'equazione cambiando di segno tutti i termini, a sinistra e a destra dell'uguale:

$$+5x = -8$$

- 6) riscrivo l'equazione dividendo il primo e il secondo membro per il coefficiente dell'incognita (nel nostro caso devo dividere per +5):

$$+\frac{5x}{5} = -\frac{8}{5}$$

- 7) semplifico la frazione a sinistra dell'uguale:

$$x = -\frac{8}{5}$$

in questo esempio non posso semplificare la frazione a destra dell'uguale, per cui ho finito e la **soluzione** dell'equazione é:

$$x = -\frac{8}{5}$$

significa che $-\frac{8}{5}$ è il numero che sostituito all'incognita, nell'equazione dalla quale sono partito, rende vera l'uguaglianza (1° membro = 2° membro)

Verifica: (sostituisco all'incognita la **soluzione** trovata):

$$+2x + 3 = +11 + 7x$$

$$+2 \cdot \left(-\frac{8}{5}\right) + 3 = +11 + 7 \cdot \left(-\frac{8}{5}\right)$$

$$-\frac{16}{5} + 3 = +11 - \frac{56}{5}$$

$$\frac{-16 + 15}{5} = \frac{+55 - 56}{5}$$

$$-\frac{1}{5} = -\frac{1}{5} \quad \text{poichè il primo membro è uguale al secondo, l'uguaglianza è verificata}$$

e la soluzione cercata è proprio il numero $-\frac{1}{5}$

- ~~22.~~ $6 \cdot (4x - 1) = 7 \cdot (4x + 2)$ [-5]
- ~~23.~~ $6 \cdot (x + 1) - 3 \cdot (2x - 1) = 10 + 3x - 2 \cdot (3 - x)$ [1]
- ~~24.~~ $5x + 2 - 4 \cdot (3x - 2) + 2 = 3 - 12x + 3 \cdot (3x - 1)$ [3]
- ~~25.~~ $3 \cdot (2x - 1) - 5 \cdot (x + 4) = -2 \cdot (3x + 1)$ [3]
- ~~26.~~ $5(2x - 3) - 2(3x - 1) = 7x - (4x + 5)$ [8]
27. $3x - \{2x - [6 - 2 \cdot (1 - x) - 10] + 2 \cdot (x - 1)\} = 5x$ [-1]
28. $20x - 10 - (15x + 20 - 18x) - 3x = 30x + 5 - 3x$ [-5]
29. $4 \cdot (3x - 1) - 6 \cdot (2x + 5) = 4x + 14$ [-12]
30. $2 \cdot (x - 3) + 3 \cdot (x - 1) = 5x + 4 \cdot (x - 4)$ $\left[\frac{7}{4}\right]$
31. $7 \cdot (x - 3) - 1 = 2 \cdot (x - 3) - 6$ [-2]
32. $-5 \cdot (x - 2) - (x + 2) = 3 \cdot (1 - x) - 6x$ $\left[-\frac{5}{3}\right]$
33. $1 - 5x = 2(x - 3) + 3(x - 1)$ [1]
34. $6(x + 2) - 3(x + 4) + 3 = 2x + 4(x + 1)$ $\left[-\frac{1}{3}\right]$ (*)
35. $3x - 4(x + 1) - 5x + 9 = 5(2x + 7) - 6$ $\left[-\frac{3}{2}\right]$
36. $2(x - 4) = 7x - 3(x + 1) + 5(2x + 5)$ $\left[\frac{15}{6}\right]$
37. $10(x + 2) + 20 = 6(x - 2) + 22 - x$ [-6]
38. $2x + 28 = 40 + 5x - 6x$ [4]
39. $4(-3 - x) - 14(x + 2) + 15 = -15 - 8x$ [-1]
40. $4x - 9 + 2 \cdot (x + 3) = 3 \cdot (x + 1)$ [2]
41. $2(2x - 1) - 2x = 2(5x - 5)$ [2]
42. $3(x - 1) - 2x = 4(x - 2) - 1$ [2] (*)
43. $3(x - 1) - 2x = 4(x - 2) - 1$ [2] (*)

Raccolta di equazioni di primo grado con frazioni

First-Degree Equations

Résolution des équations du premier degré

=====

$$1. \quad 7x - 3 = \frac{1}{2} \quad \left[\frac{1}{2} \right]$$

$$2. \quad 6 + x = 7 + \frac{3}{2}x \quad [-2]$$

$$3. \quad 5x - 7 = \frac{1}{2}x + 1 \quad \left[\frac{16}{9} \right]$$

$$4. \quad 5x - \frac{1}{2}x = -7 + 2 \quad \left[-\frac{10}{9} \right]$$

$$5. \quad 4x - \frac{1}{2}x = \frac{3}{4}x + 2 \quad \left[\frac{8}{11} \right]$$

$$6. \quad 8x - x = \frac{3}{2}x + 4 \quad \left[\frac{8}{11} \right]$$

$$7. \quad \frac{1}{2}x + 4 = 3x - 5 \quad \left[\frac{18}{5} \right]$$

$$\cancel{8.} \quad \frac{1}{2}x - 3x = 4 - 5 \quad \left[\frac{2}{5} \right]$$

$$\cancel{9.} \quad 6x - \frac{3}{4}x = \frac{1}{2}x + 5 \quad \left[\frac{20}{19} \right]$$

$$\cancel{10.} \quad 12x - \frac{3}{2}x = x + 10 \quad \left[\frac{20}{19} \right]$$

$$\cancel{11.} \quad \frac{1}{6}x + \frac{1}{12}x + \frac{1}{7}x + 5 + \frac{1}{2}x + 4 = x \quad [84]$$

$$\cancel{12.} \quad 2x - \frac{2}{3} + x + \frac{2}{3} = -\frac{x+1}{3} - \frac{2}{9} \quad \left[-\frac{1}{6} \right]$$

$$\cancel{13.} \quad \frac{3x-2}{3} + \frac{3+x}{12} = \frac{3x+3}{4} - \frac{1}{6} \quad [3]$$

$$14. \quad \frac{2-x}{2} + \frac{3-2x}{11} = \frac{x+1}{3} + 5 \quad [-1]$$

$$15. \quad \frac{5x-3}{2} + \frac{1}{5} = \frac{x-7}{2} - \frac{7-x}{5} \quad [-2]$$

ELEMENTI FONDAMENTALI DELLA GEOMETRIA

La geometria è la scienza che studia la forma e l'estensione delle figure e le trasformazioni che queste possono subire.

Gli enti geometrici fondamentali sono:

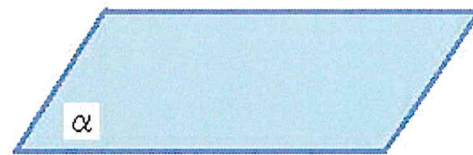
- **punto**: non ha dimensioni
- **linea**: insieme infinito di punti, ha una dimensione (lunghezza)
- **superficie**: insieme infinito di linee, ha due dimensioni (lunghezza e larghezza)
- **spazio**: ha tre dimensioni

Punto: $\cdot P$

Linea:

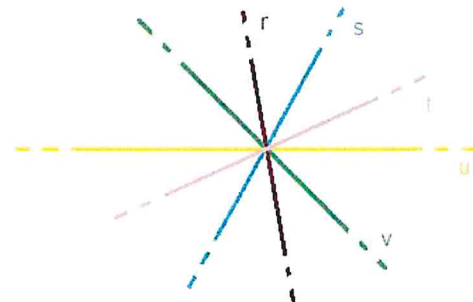


Superficie piana:



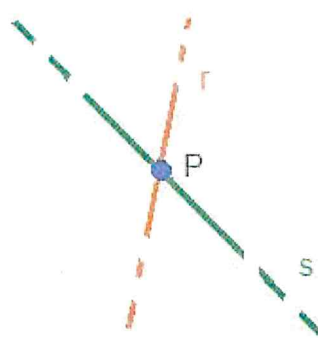
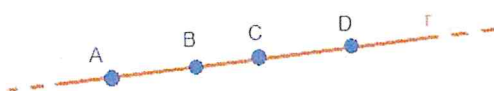
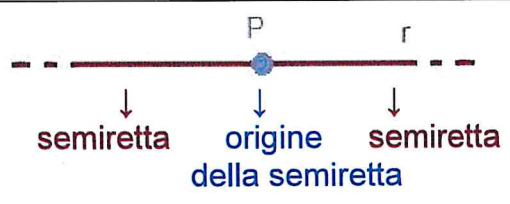
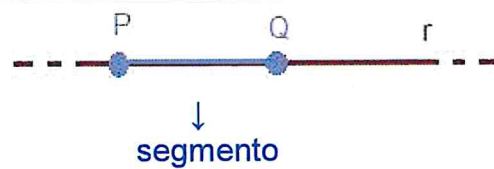
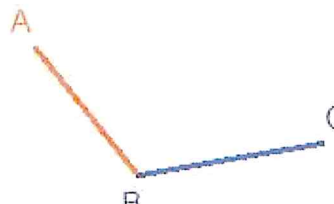
Retta: linea che mantiene la stessa direzione

Per un punto passano infinite rette



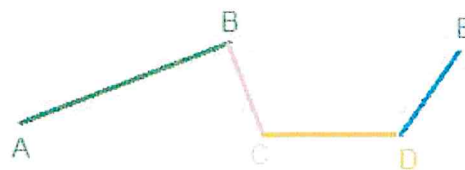
Per due punti distinti passa una sola retta



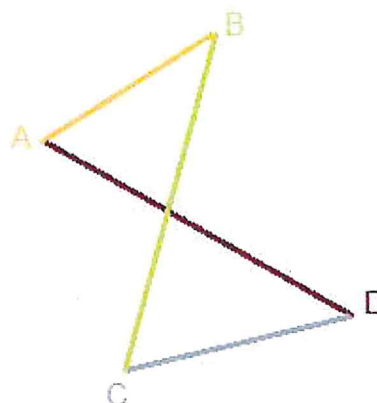
Rette incidenti: hanno un solo punto in comune	
Punti allineati: appartengono alla stessa retta	
Semiretta: ciascuna delle due parti in cui una retta risulta divisa da un suo punto	
Segmento: parte di retta limitata da due suoi punti (estremi del segmento) Segmenti consecutivi: hanno un estremo in comune Segmenti adiacenti: sono consecutivi e appartengono alla stessa retta Punto medio di un segmento: punto che divide il segmento in due segmenti congruenti	   

Spezzata: insieme di più segmenti a due a due consecutivi

Spezzata aperta semplice:



Spezzata chiusa intrecciata:



ESERCIZI RISOLTI

La **somma** di due segmenti è lunga 30cm. Sapendo che un segmento è quadruplo dell'altro, calcola la lunghezza dei due segmenti.

DATI: $\overline{AB} + \overline{CD} = 30\text{cm}$; $\overline{CD} = \overline{AB} \times 4$

$\overline{AB} = (\overline{AB} + \overline{CD}) : 5 = 30 : 5 = 6\text{cm}$

$\overline{CD} = \overline{AB} \times 4 = 6 \times 4 = 24\text{ cm}$

A — B

C ——— D

A ——— D

$\overline{AD} = \overline{AB} + \overline{CD}$

AD è formato da $1 + 4 =$

5 parti congruenti ad AB

La **differenza** di due segmenti adiacenti è lunga 26 cm. Calcola la lunghezza dei due segmenti sapendo che uno è il triplo dell'altro.

DATI: $\overline{CD} - \overline{AB} = 26\text{cm}$; $\overline{CD} = \overline{AB} \times 3$

$\overline{AB} = (\overline{CD} - \overline{AB}) : 2 = 26 : 2 = 13\text{cm}$

$\overline{CD} = \overline{AB} \times 3 = 13 \times 3 = 39\text{cm}$

A — B

C ——— D

A B
C ——— D

$\overline{BD} = \overline{CD} - \overline{AB}$

BD è formato da $3 - 1 =$

2 parti congruenti ad AB

La **somma** di tre segmenti è lunga 40cm. Calcola la lunghezza dei tre segmenti sapendo che il secondo supera il primo di 6cm e che il terzo supera il primo di 4cm.

DATI: $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} = 40\text{cm}$;

$\overline{CD} = \overline{AB} + 6\text{cm}$;

$\overline{EF} = \overline{AB} + 4\text{cm}$

$\overline{AB} = (\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} - 6 - 4) : 3 =$
 $= (40 - 6 - 4) : 3 = 30 : 3 = 10\text{cm}$

$\overline{CD} = \overline{AB} + 6\text{cm} = 10 + 6 = 16\text{cm}$

$\overline{EF} = \overline{AB} + 4\text{cm} = 10 + 4 = 14\text{cm}$

A ——— B 6cm

C ——— D

E ——— F 4cm

A B=C D=E F
6cm 4cm

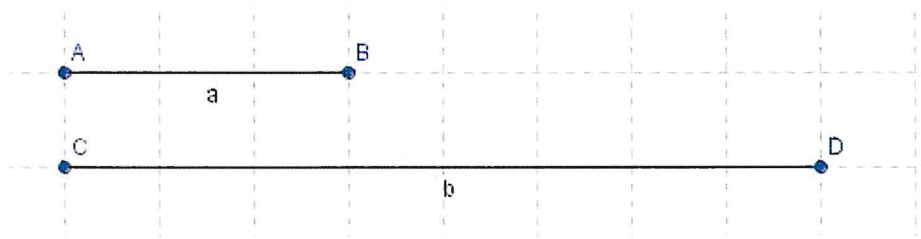
$\overline{AF} = \overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} = (6\text{cm} + 4\text{cm}) +$
3 parti congruenti ad AB

TIPO DI ESERCIZI CON I SEGMENTI

1- Conosco i due segmenti; calcolo somma e differenza

PROBLEMA: un segmento vale 12 cm e il secondo vale 32 cm; calcola somma e differenza.

DISEGNO (1 Q = 4 cm)



DATI

$$\overline{AB} = 12 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 32 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} = ?$$

$$\overline{CD} - \overline{AB} = ?$$

RISOLVO

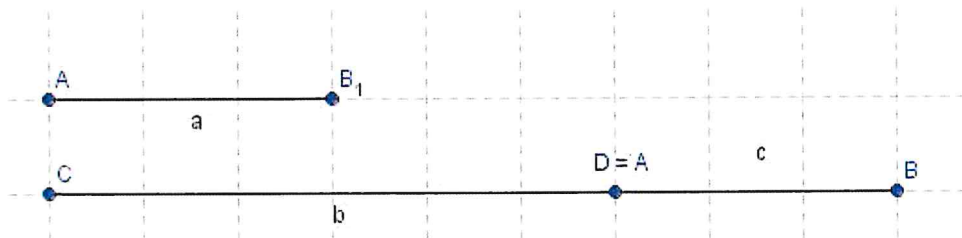
$$\overline{AB} + \overline{CD} = 12 \text{ cm} + 32 \text{ cm} = 44 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} - \overline{AB} = 32 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

2- Conosco un segmento e la somma; calcolo l'altro segmento

PROBLEMA: la somma di due segmenti vale 27 cm e il primo vale 9 cm; calcola il secondo segmento.

DISEGNO (1 Q = 3 cm)



DATI

$$\overline{AB} = 9 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} = 27 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = ?$$

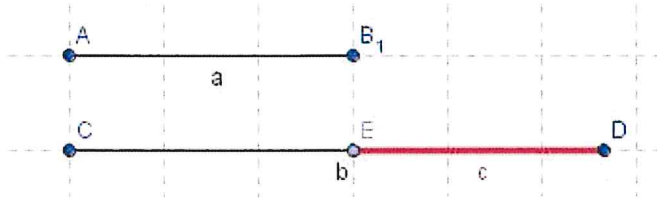
RISOLVO

$$\overline{CD} = 27 \text{ cm} - 9 \text{ cm} = 18 \text{ cm} \text{ (alla somma tolgo il primo segmento)}$$

3- Conosco il segmento minore e la differenza; calcolo l'altro segmento

PROBLEMA: la differenza di due segmenti vale 12 cm e il segmento minore vale 15 cm; calcola il secondo segmento.

DISEGNO



DATI

$$\overline{AB} = 15 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} - \overline{AB} = 12 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = ?$$

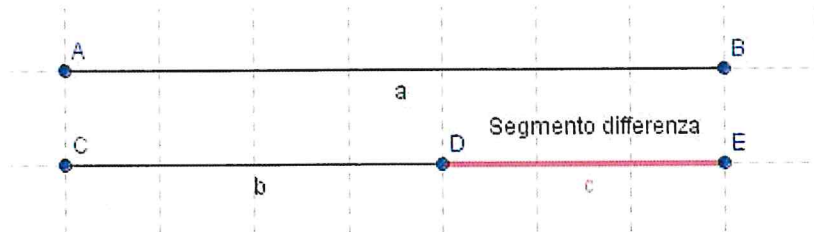
RISOLVO

$$\overline{CD} = 12 \text{ cm} + 15 \text{ cm} = 27 \text{ cm} \text{ (alla differenza aggiungo il segmento minore)}$$

4- Conosco il segmento maggiore e la differenza; calcolo l'altro segmento

PROBLEMA: la differenza di due segmenti vale 28 cm e il segmento maggiore vale 45 cm; calcola il secondo segmento.

DISEGNO



DATI

$$\overline{AB} = 45 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} - \overline{CD} = 28 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = ?$$

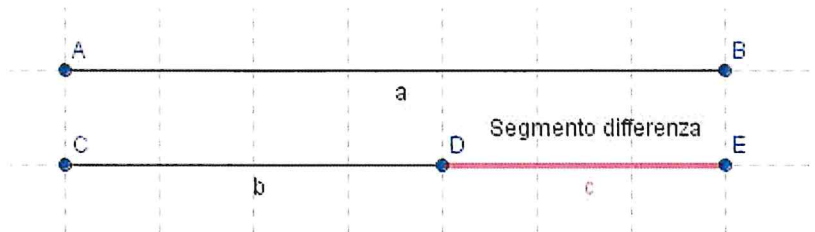
RISOLVO

$$\overline{CD} = 45 \text{ cm} - 28 \text{ cm} = 17 \text{ cm} \text{ (al segmento maggiore tolgo il segmento differenza)}$$

5- Conosco la somma e la differenza di due segmenti; calcolo i due segmenti

PROBLEMA: la differenza di due segmenti vale 28 cm e la somma vale 68 cm; calcola i due segmenti.

DISEGNO



Aggiungendo la differenza ho il doppio del segmento maggiore AB.

Togliendo da AB la differenza, ho il doppio del segmento minore CD.

FORMULE

segmento maggiore = (Somma + Differenza) : 2

segmento minore = (Somma - Differenza) : 2

DATI

$$\overline{AB} + \overline{CD} = 68 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} - \overline{CD} = 28 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = ? \quad \overline{AB} = ?$$

RISOLVO

$$\overline{AB} = (68 \text{ cm} + 28 \text{ cm}) : 2 =$$

$$\overline{CD} = (68 \text{ cm} - 28 \text{ cm}) : 2 =$$

VERIFICA

$$\overline{AB} + \overline{CD} =$$

$$\overline{AB} - \overline{CD} =$$

ESERCIZI

~~1.~~ Determina somma e differenza delle seguenti coppie di segmenti:

a. $\overline{AB} = 11 \text{ cm}$ $\overline{CD} = 66 \text{ cm}$

b. $\overline{AB} = 23 \text{ cm}$ $\overline{CD} = 18 \text{ cm}$

c. $\overline{AB} = 43 \text{ cm}$ $\overline{CD} = 25 \text{ cm}$

~~2.~~ Data la somma di due segmenti e uno dei segmenti calcola l'altro, in tutti i seguenti casi:

d. $\overline{AB} + \overline{CD} = 45 \text{ cm}$ $\overline{AB} = 13 \text{ cm}$

e. $\overline{AB} + \overline{CD} = 110 \text{ cm}$ $\overline{CD} = 73 \text{ cm}$

f. $\overline{AB} + \overline{CD} = 39 \text{ cm}$ $\overline{AB} = 14 \text{ cm}$

~~3.~~ Data la differenza di due segmenti e il segmento minore, calcola il maggiore:

g. $\overline{CD} - \overline{AB} = 35 \text{ cm}$ $\overline{AB} = 13 \text{ cm}$

h. $\overline{AB} - \overline{CD} = 46 \text{ cm}$ $\overline{CD} = 120 \text{ cm}$

i. $\overline{CD} - \overline{AB} = 56 \text{ cm}$ $\overline{AB} = 72 \text{ cm}$

~~4.~~ Data la differenza di due segmenti e il segmento maggiore, calcola il minore:

j. $\overline{AB} - \overline{CD} = 82 \text{ cm}$ $\overline{AB} = 164 \text{ cm}$

k. $\overline{CD} - \overline{AB} = 58 \text{ cm}$ $\overline{CD} = 84 \text{ cm}$

l. $\overline{AB} - \overline{CD} = 5 \text{ cm}$ $\overline{AB} = 189 \text{ cm}$

~~5.~~ Data la somma e la differenza di due segmenti calcola i segmenti, in tutti i seguenti casi:

m. $\overline{CD} - \overline{AB} = 33 \text{ cm}$ $\overline{AB} + \overline{CD} = 69 \text{ cm}$

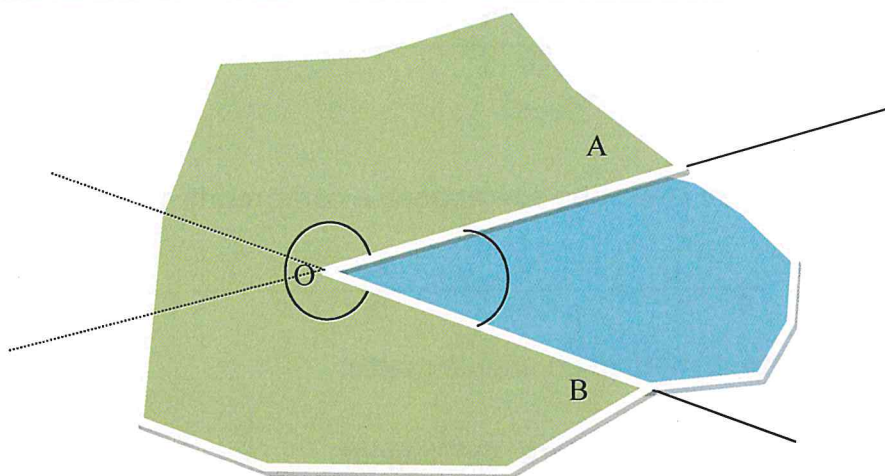
n. $\overline{AB} - \overline{CD} = 128 \text{ cm}$ $\overline{AB} + \overline{CD} = 158 \text{ cm}$

o. $\overline{CD} - \overline{AB} = 66 \text{ cm}$ $\overline{AB} + \overline{CD} = 156 \text{ cm}$



GLI ANGOLI

L'**angolo** è ciascuna delle due parti di un piano delimitato da due semirette aventi l'origine in comune.



Le due semirette si chiamano **lati** (OA, OB)

L'origine delle due semirette si chiama **vertice** (O)

Un angolo si dice:

- **Convesso** se non contiene i prolungamenti dei suoi lati ($A\hat{O}B$)
- **Concavo** se contiene i prolungamenti dei suoi lati ($B\hat{O}A$)

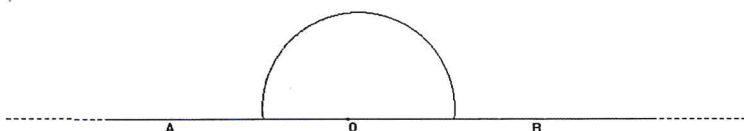
Come si indica generalmente un angolo?

Un angolo si indica con la scrittura $A\hat{O}B$: in senso antiorario per l'angolo convesso, in senso orario per l'angolo concavo.

1. Angoli particolari

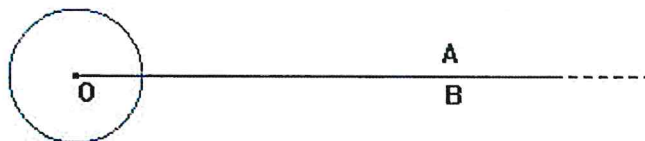
Un angolo si dice:

- **piatto** se i lati sono uno prolungamento dell'altro, cioè uno opposto all'altro

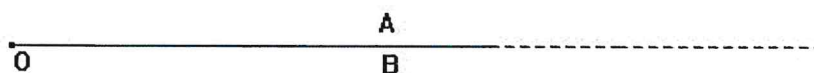




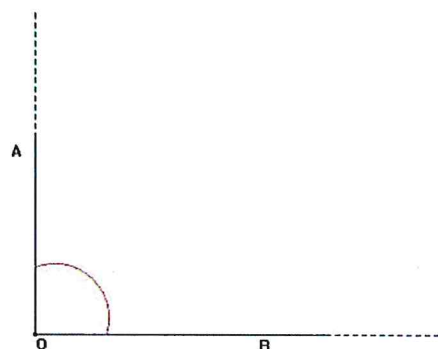
- **giro** se i lati sono sovrapposti e comprende tutti i punti del piano



- **nullo** se i lati sono sovrapposti e comprende solo i punti dei lati



- **retto** la metà di un angolo piatto.
- **acuto** se è minore dell'angolo retto
- **ottuso** se è compreso fra l'angolo retto e l'angolo piatto, esclusi



2. Relazione fra due angoli

Due angoli sono:

- **Consecutivi** se hanno un lato e il vertice in comune e nessun altro punto
- **Adiacenti**¹ se sono consecutivi e hanno i due lati non comuni opposti.
- **Sovrapposti**² se hanno un lato e il vertice in comune e altri punti.
- **Opposti al vertice**³ se il loro vertice è in comune e i lati dell'uno sono prolungamenti dei lati dell'altro.

3. Confronto di due angoli

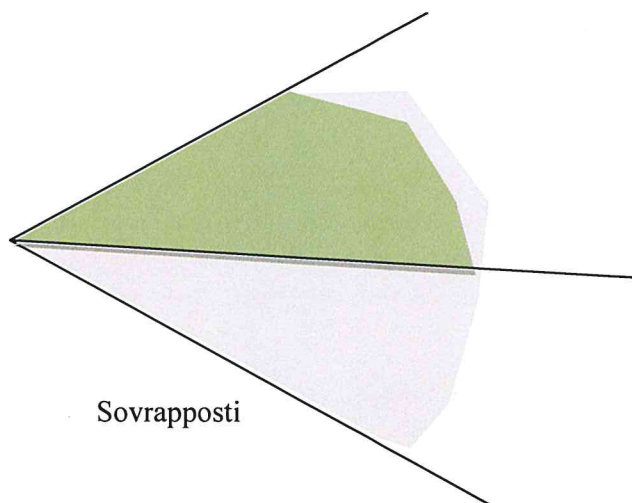
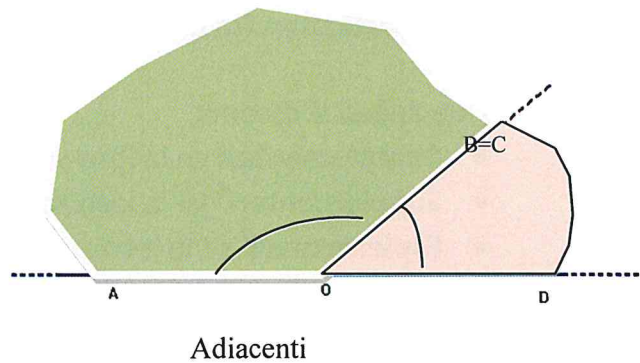
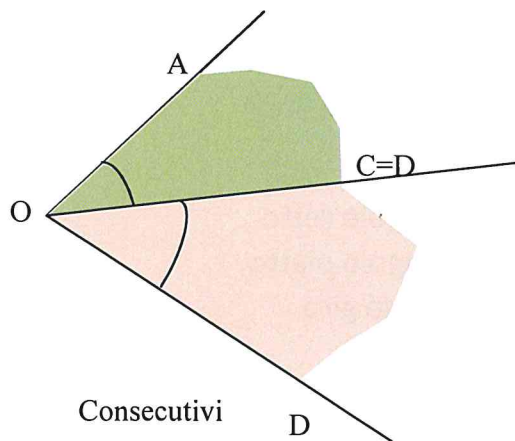
- Due angoli sono **congruenti** se hanno la stessa **ampiezza**⁴.

¹ Due angoli adiacenti sono sempre consecutivi, ma due angoli consecutivi non sempre sono adiacenti.

² Due angoli sovrapposti non sono consecutivi perché oltre a un lato e il vertice hanno altri punti in comune.

³ Due angoli opposti al vertice sono sempre congruenti, ma due angoli congruenti non sempre sono opposti al vertice.

⁴ L'ampiezza è la dimensione di un angolo.



4. Somma e differenza di due angoli

- **L'angolo somma** di due angoli consecutivi è l'angolo che ha come lati i due lati non comuni.
- **L'angolo differenza** fra due angoli sovrapposti è l'angolo che come lati i due lati non comuni.

5. Bisettrice di un angolo

La **bisettrice** di un angolo è la semiretta che lo divide in due parti congruenti⁵.

⁵ Tutti i punti della bisettrice di un angolo sono equidistanti dai suoi lati.



6. Somme particolari fra due angoli

Due angoli si dicono:

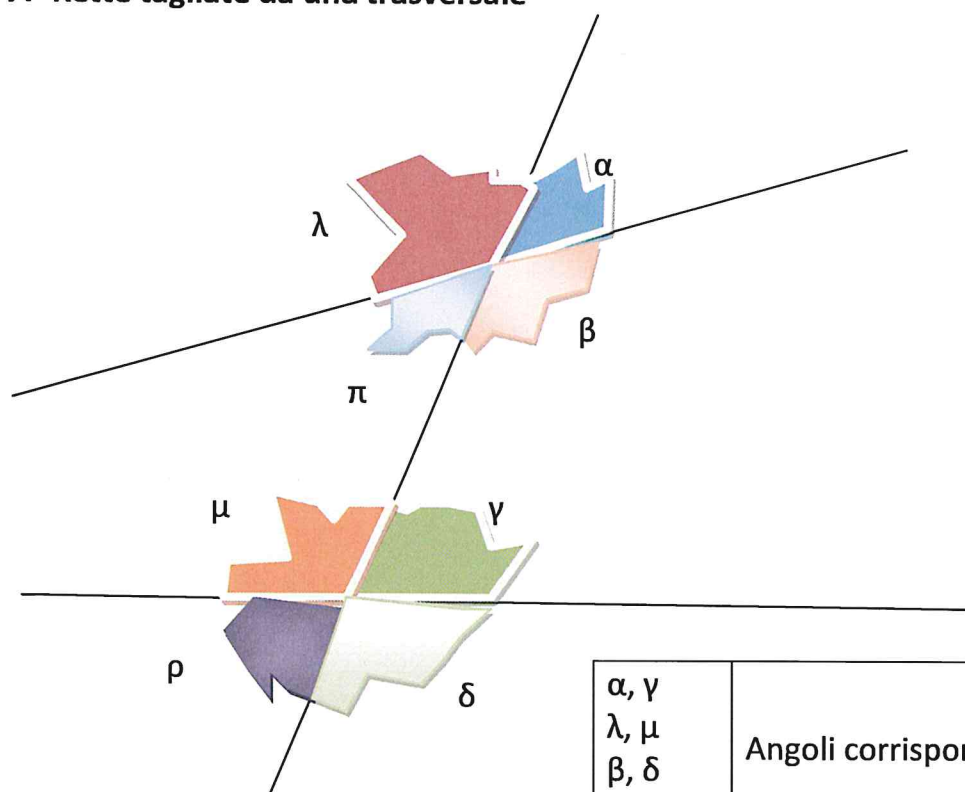
- **Complementari** se la loro somma è un angolo retto
- **Supplementari**⁶ se la loro somma è un angolo piatto
- **Esplementari**⁷ se la loro somma è un angolo giro

⁶ Due angoli adiacenti sono sempre supplementari, ma due angoli supplementari non sempre sono adiacenti.

⁷ Un angolo concavo e un angolo convesso aventi il vertice e i lati in comune sono sempre esplementari, ma due angoli esplementari non sempre hanno il vertice e i lati in comune.



7. Rette tagliate da una trasversale



α, γ λ, μ β, δ π, ρ	Angoli corrispondenti
μ, β π, γ	Angoli alterni interni
λ, δ α, ρ	Angoli alterni esterni
α, δ λ, ρ	Angoli coniugati esterni
μ, π γ, β	Angoli coniugati interni

Se le due rette sono parallele, allora si hanno:

- Angoli corrispondenti congruenti
- Angoli alterni interni congruenti
- Angoli alterni esterni congruenti
- Angoli coniugati supplementari

N.B.

Due rette tagliate da una trasversale che formano angoli corrispondenti, angoli alterni interni, angoli alterni esterni congruenti o angoli coniugati supplementari sono parallele.

I TRIANGOLI

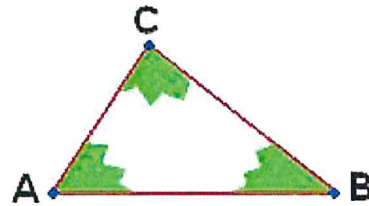
1. DEFINIZIONE DI TRIANGOLO E SUOI ELEMENTI

Il triangolo è un poligono di tre lati.

Lati = $AB - BC - CA$

Vertici = $A - B - C$

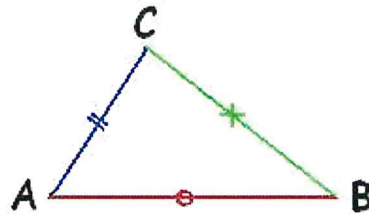
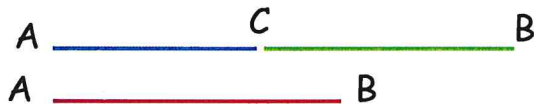
Angoli = $\widehat{ABC} - \widehat{CAB} - \widehat{ACB}$



2. RELAZIONE TRA I LATI DI UN TRIANGOLO

Ogni lato è minore della somma degli altri due

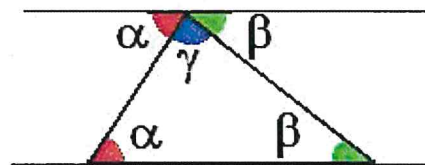
$$AB < AC + CB$$



3. LA SOMMA DEGLI ANGOLI INTERNI UN TRIANGOLO

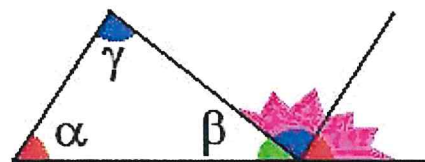
La somma degli angoli interni di un triangolo è sempre 180° (un angolo piatto).

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$



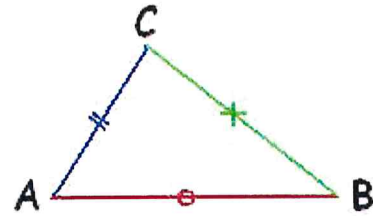
4. PROPRIETA' DELL'ANGOLO ESTERNO DI UN TRIANGOLO

L'angolo esterno è congruente alla somma dei due angoli interni non adiacenti

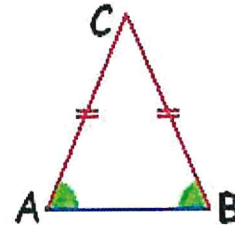


5. CLASSIFICAZIONE DEI TRIANGOLI

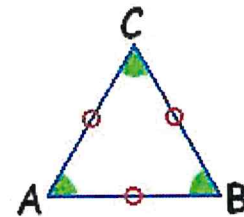
Un triangolo si dice scaleno se ha tutti i lati diversi.



Un triangolo si dice isoscele se ha due lati congruenti.

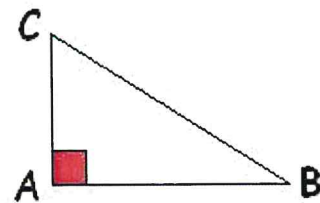


Un triangolo si dice equilatero se ha tutti i lati congruenti.

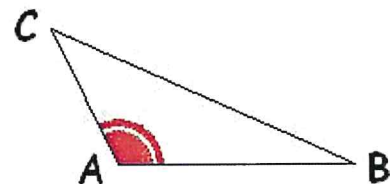


6. CLASSIFICAZIONE DEI TRIANGOLI

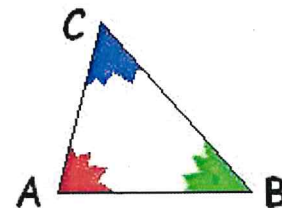
Un triangolo si dice rettangolo se ha un angolo retto.



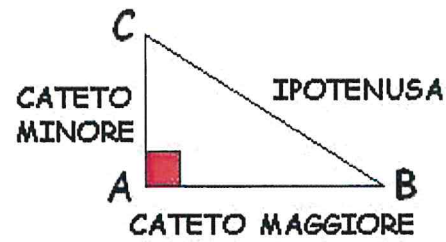
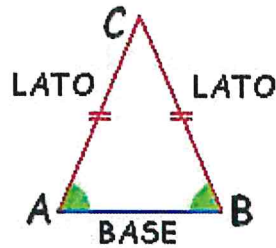
Un triangolo si dice ottusangolo se ha un angolo ottuso.



Un triangolo si dice acutangolo se ha tutti gli angoli acuti.



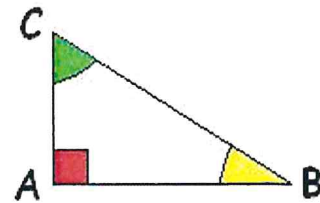
7. NOME DEI LATI DEL TRIANGOLO RETTANGOLO E ISOSCELE



8. PROPRIETA' DEGLI ANGOLI DEL TRIANGOLO RETTANGOLO

Gli angoli acuti del triangolo rettangolo sono complementari.

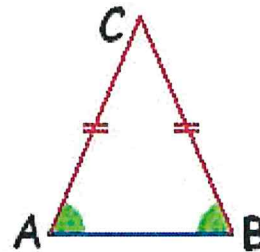
$$\hat{C} + \hat{B} = 90^\circ$$



9. PROPRIETA' DEGLI ANGOLI DEL TRIANGOLO ISOSCELE

Gli angoli alla base del triangolo isoscele sono congruenti.

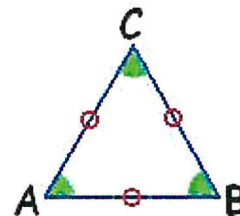
$$\hat{A} = \hat{B}$$



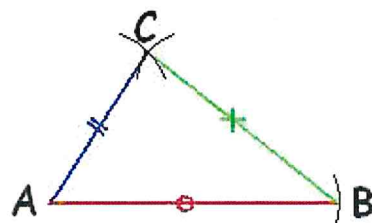
10. PROPRIETA' DEGLI ANGOLI DEL TRIANGOLO EQUILATERO

Gli angoli del triangolo equilatero sono congruenti e misurano 60° .

$$180^\circ : 3 = 60^\circ$$

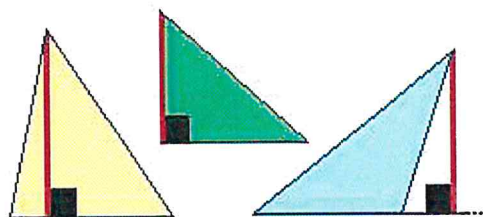


11. COSTRUZIONE DI UN TRIANGOLO DATI I LATI



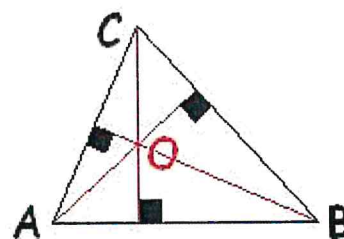
12. DEFINIZIONE DI ALTEZZA DI UN TRIANGOLO

L'altezza del triangolo è la distanza di un vertice dal lato opposto.
(ricorda che la distanza è perpendicolare alla retta del lato opposto)

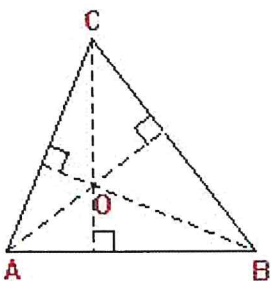
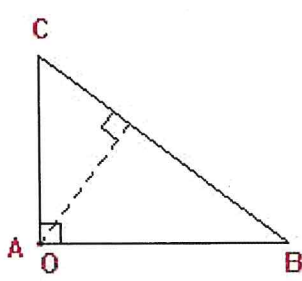
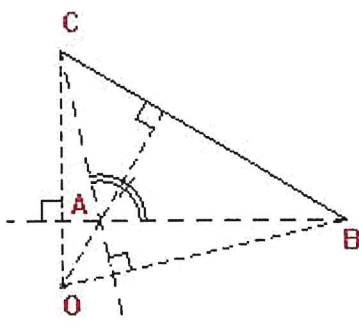


13. ORTOCENTRO

L'ortocentro è il punto di incontro delle tre altezze

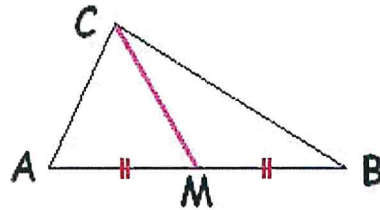


14. CASI PARTICOLARI

TR. ACUTANGOLO	TR. RETTANGOLO	TR. OTTUSANGOLO
		
ORTOCENTRO interno	ORTOCENTRO = vertice angolo retto	ORTOCENTRO esterno

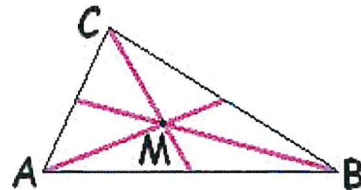
15. DEFINIZIONE DI MEDIANA DI UN TRIANGOLO

La mediana del triangolo è il segmento che ha per estremi un vertice e il punto medio del lato opposto.



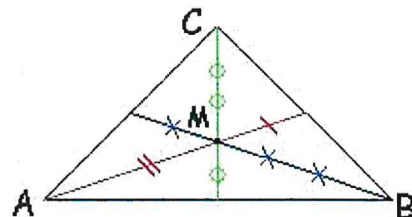
16. BARICENTRO

Il baricentro è il punto di incontro delle tre mediane.



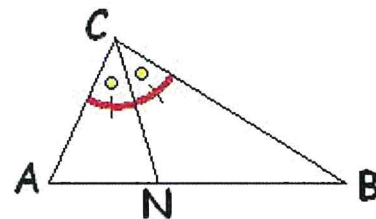
17. PROPRIETA' DEL BARICENTRO

Il baricentro divide ogni mediana in due parti di cui una, quella che contiene il vertice, è doppia dell'altra.



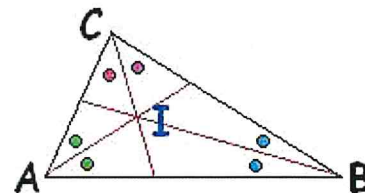
18. DEFINIZIONE DI BISETTRICE DI UN TRIANGOLO

La bisettrice del triangolo è la parte di bisettrice compresa tra un vertice e il lato opposto.



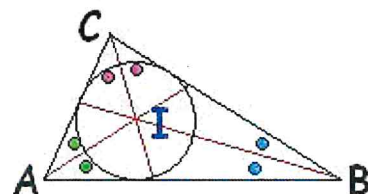
19. INCENTRO

L'incentro è il punto di incontro delle tre bisettrici.



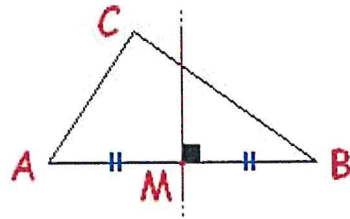
20. PROPRIETA' DELL'INCENTRO

L'incentro è equidistante dai lati del triangolo e quindi è il centro del cerchio inscritto.



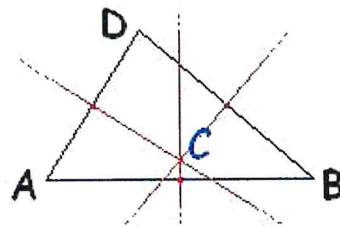
21. DEFINIZIONE DI ASSE DI UN TRIANGOLO

L'asse del triangolo è l'asse di ogni suo lato.



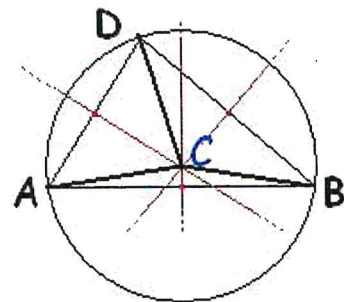
22. CIRCOCENTRO

Il circocentro è il punto di incontro dei tre assi del triangolo.



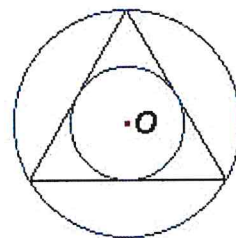
23. PROPRIETA' DEL CIRCOCENTRO

Il circocentro è equidistante dai vertici del triangolo e quindi è il centro del cerchio circoscritto.

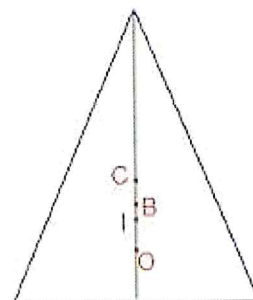


24. CASI PARTICOLARI

Nel triangolo equilatero ortocentro, incentro, baricentro e circocentro coincidono.



Nel triangolo isoscele ortocentro, incentro, baricentro e circocentro sono tutti allineati sull'altezza relativa alla base.



TRIANGOLO

Definizione e proprietà

Un triangolo è un poligono avente 3 lati. In ogni triangolo:

1) Ogni lato è sempre minore della somma degli altri due lati e maggiore della loro differenza.

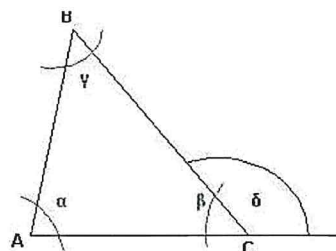
2) La somma degli angoli interni di un triangolo è uguale a 180° , mentre un angolo esterno è uguale alla somma degli angoli interni non adiacenti ad esso.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\delta = \alpha + \gamma$$

α, β, γ = ampiezze angoli interni

δ = angolo esterno



3) In ogni triangolo il maggiore tra i lati è opposto al maggiore tra gli angoli e il minore tra i lati è opposto al minore tra gli angoli.

4) Se due lati sono uguali anche gli angoli opposti sono uguali.

Classificazione

I triangoli si possono classificare in base ai lati oppure anche in base agli angoli. In base ai lati:

- scaleno se ha tutti i tre lati diversi tra loro;
- isoscele se ha due lati congruenti;
- equilatero se tutti i tre lati sono congruenti tra loro.

In base agli angoli:

- acutangolo se ha tutti i tre angoli acuti;
- rettangolo se uno dei tre angoli è retto;
- ottusangolo se uno dei tre angoli è ottuso.

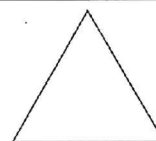


scaleno



isoscele

Nel triangolo isoscele il lato diverso dagli altri si chiama base. Gli angoli adiacenti alla base sono congruenti.

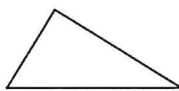


equilatero

Nel triangolo equilatero i tre angoli sono uguali e ognuno di essi misura 60° .

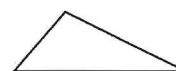


acutangolo



rettangolo

Nel triangolo rettangolo, il lato opposto all'angolo retto è il lato maggiore e si chiama ipotenusa; i lati rimanenti sono detti cateti.



ottusangolo

TRIANGOLO

Elementi notevoli di un triangolo

Gli elementi notevoli di un triangolo sono:

- l'**altezza** che è il segmento di perpendicolare che unisce un vertice al suo lato opposto;
- la **mediana** che è il segmento che unisce un vertice al punto medio del lato opposto;
- la **bisettrice** che è una semiretta che parte da un vertice, dividendo l'angolo al vertice in due angoli congruenti;
- l'**asse** che è la perpendicolare al lato del triangolo, passante per il suo punto medio.

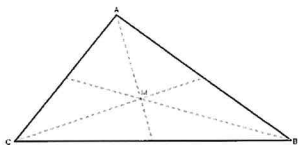
Ogni triangolo possiede 3 mediane, ed esse sono sempre interne al triangolo. Ogni triangolo possiede 3 altezze: una per ogni vertice. Nei triangoli acutangoli le altezze sono tutte interne, mentre in quelli ottusangoli le altezze che partono dagli angoli acuti sono esterne, quella relativa all'angolo ottuso è interna. Nei triangoli rettangoli le altezze relative agli angoli acuti coincidono con il cateto adiacente, mentre l'altezza relativa all'angolo retto è interna. In un triangolo equilatero la mediana, la bisettrice e l'altezza coincidono. In un triangolo isoscele la mediana, la bisettrice e l'altezza relative alla base coincidono.

Punti notevoli di un triangolo

- Il **baricentro** di un triangolo è il punto d'intersezione delle 3 mediane.
- L'**ortocentro** di un triangolo è il punto d'intersezione delle 3 altezze.
- L'**incentro** di un triangolo è il punto d'incontro delle 3 bisettrici degli angoli interni.
- Il **circocentro** di un triangolo è il punto d'intersezione dei 3 assi.

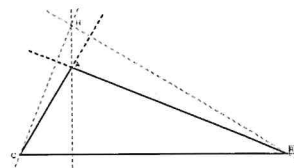
Baricentro

Il baricentro è sempre interno al triangolo.



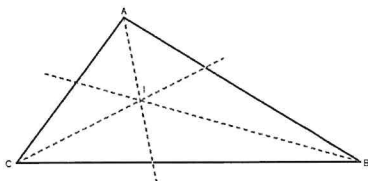
Ortocentro

L'ortocentro è interno nei triangoli acutangoli, esterno in quelli ottusangoli, mentre nei triangoli rettangoli coincide col vertice dell'angolo retto.



Incentro

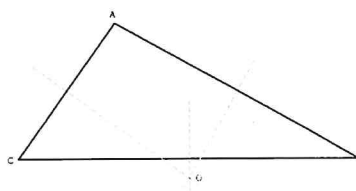
L'incentro è sempre interno al triangolo. L'incentro è equidistante dai tre lati del triangolo; per questo coincide con il centro della circonferenza inscritta al triangolo.



Circocentro

Il circocentro è interno nei triangoli acutangoli, esterno in quelli ottusangoli, mentre nei triangoli rettangoli coincide col punto medio dell'ipotenusa.

Il circocentro è equidistante dai tre vertici del triangolo; per questo coincide con il centro della circonferenza circoscritta al triangolo.



TEOREMA DI PITAGORA

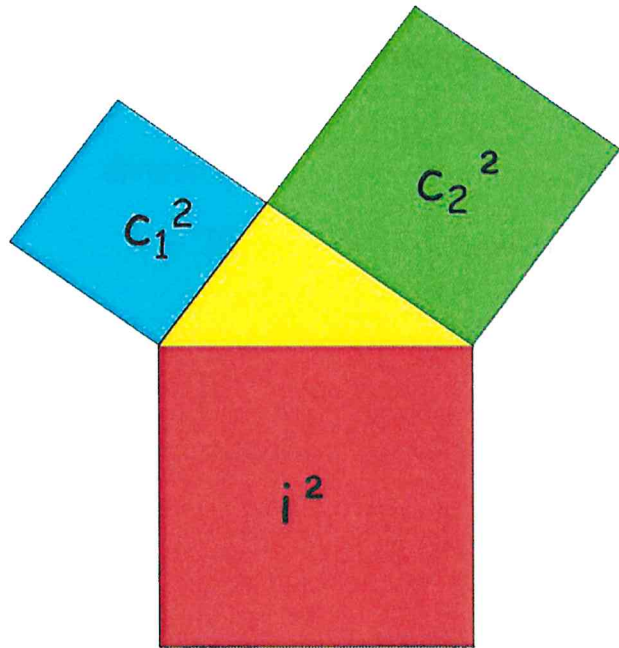
Enunciato

In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti

$$i^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$c_1^2 = i^2 - c_2^2$$

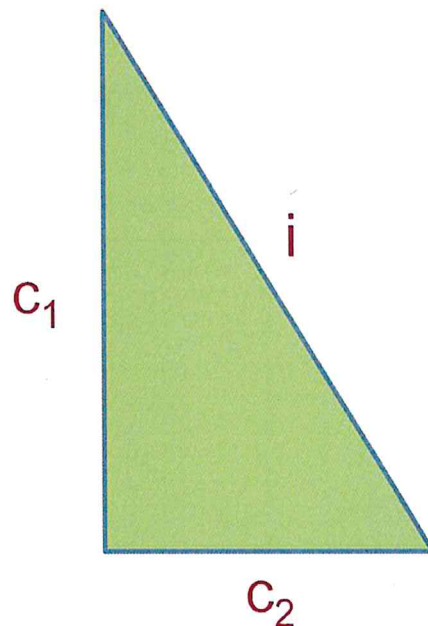
$$c_2^2 = i^2 - c_1^2$$



$$i = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

$$c_1 = \sqrt{i^2 - c_2^2}$$

$$c_2 = \sqrt{i^2 - c_1^2}$$



Esempio:

I cateti di un triangolo rettangolo misurano rispettivamente 15 cm e 20 cm. Determina la misura dell'ipotenusa.

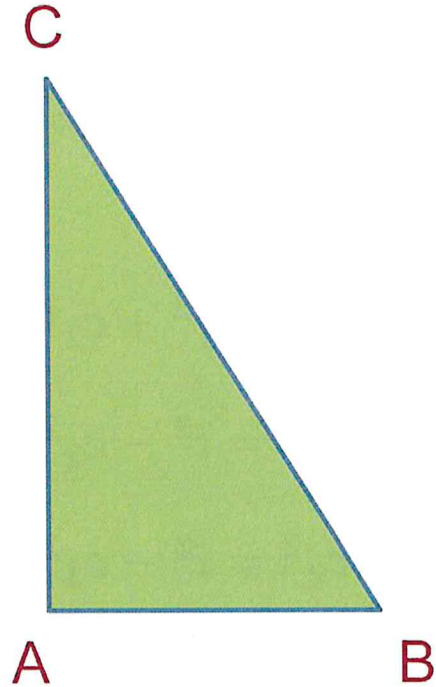
Dati

$$\overline{AB} = 15 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = 20 \text{ cm}$$

Incognita

$$\overline{BC} = ?$$



Risoluzione

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$$

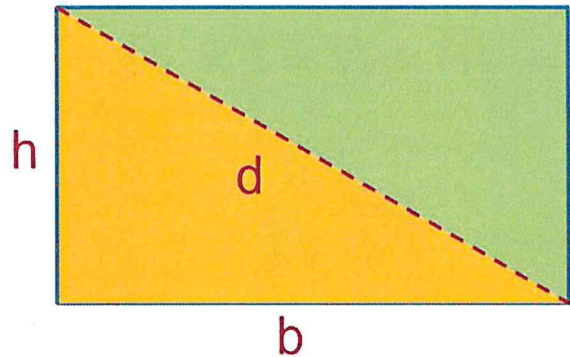
Applicazioni del Teorema di Pitagora

Rettangolo

$$d = \sqrt{b^2 + h^2}$$

$$h = \sqrt{d^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{d^2 - h^2}$$



Esempio:

Calcola la misura della diagonale di un rettangolo, sapendo che la base misura 4,8 cm e l'altezza misura 2 cm.

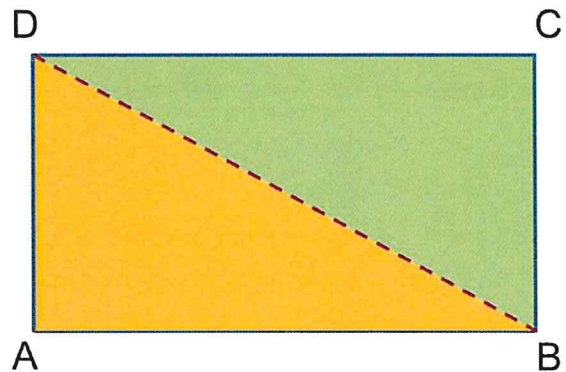
Dati

$$\overline{AB} = 4,8 \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = 2 \text{ cm}$$

Incognita

$$\overline{BD} = ?$$



Risoluzione

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4,8^2 + 2^2} = \sqrt{23,04 + 4} = \sqrt{27,04} = 5,2 \text{ cm}$$

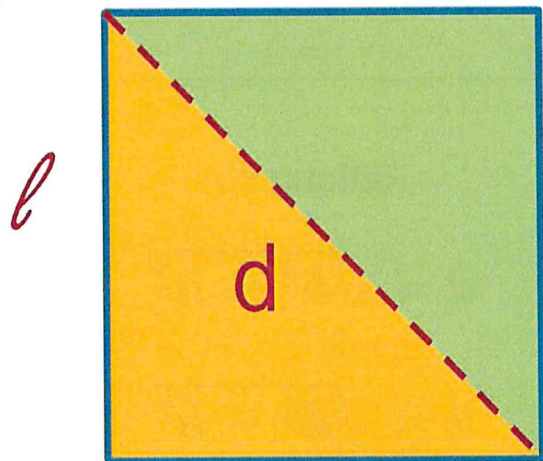
Quadrato

$$d = \sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{l^2 \times 2}$$

$$= \sqrt{l^2} \times \sqrt{2} = l \times \sqrt{2}$$

$$l = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

Le formule relative al quadrato si utilizzano per i triangoli rettangoli isosceli con gli angoli acuti di 45° .



Esempio:

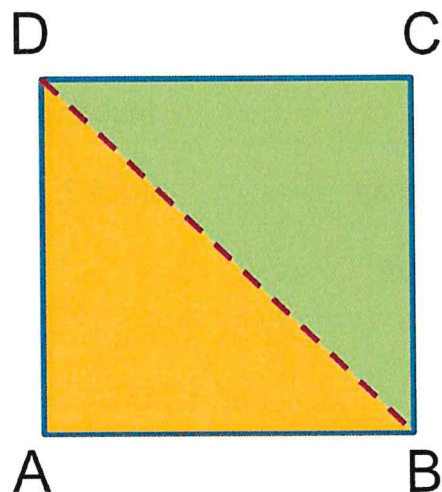
Calcola la misura della diagonale di un quadrato, il cui lato misura 8 cm

Dati

$$\overline{AB} = 8 \text{ cm}$$

Incognita

$$\overline{BD} = ?$$



Risoluzione

$$\overline{BC} = \overline{AB} \times \sqrt{2}$$

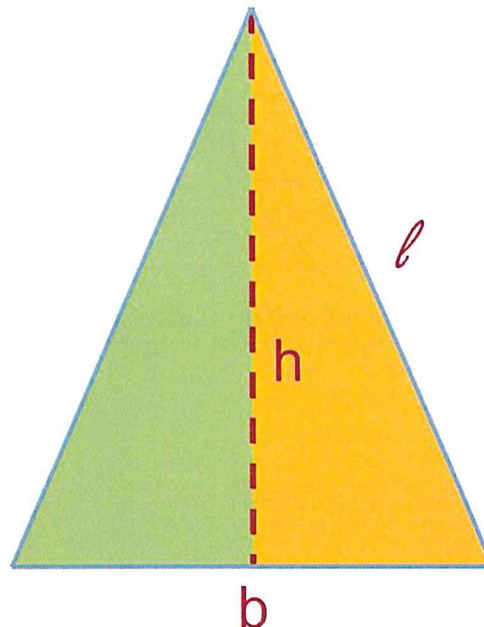
$$\overline{BC} = 8 \times \sqrt{2} = 8 \times 1,41 = 11,28 \text{ cm}$$

Triangolo isoscele

$$l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$\frac{b}{2} = \sqrt{l^2 - h^2}$$



Esempio:

In un triangolo isoscele la base misura 6 cm e l'altezza misura 4 cm; calcola la misura del perimetro.

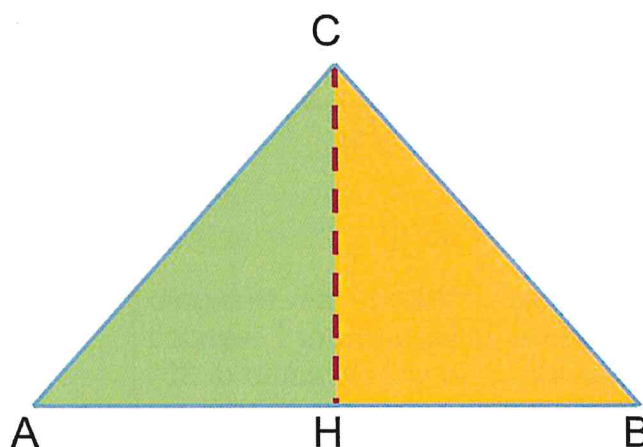
Dati

$$\overline{AB} = 6 \text{ cm}$$

$$\overline{CH} = 4 \text{ cm}$$

Incognita

$$2p = ?$$



Risoluzione

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

$$2p = \overline{AB} + \overline{BC} \times 2$$

$$2p = 6 + 5 \times 2 = 6 + 10 = 16 \text{ cm}$$

Triangolo equilatero

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{l^2 - \frac{l^2}{4}} = \\ &= \sqrt{\frac{4l^2 - l^2}{4}} = \\ &= \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{l^2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3} \times l}{2} \end{aligned}$$

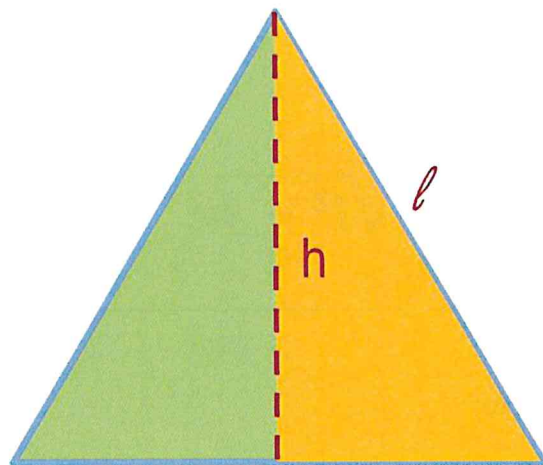
Ricorda:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$$

Da cui deriva:

$$l = \frac{2 \times h}{\sqrt{3}}$$

Le formule relative al triangolo equilatero si utilizzano per i triangoli rettangoli con un angolo acuto di 30° e l'altro di 60°



Esempio:

Calcola la misura dell'altezza di un triangolo equilatero sapendo che il lato misura 5 cm.

Dati

Incognita

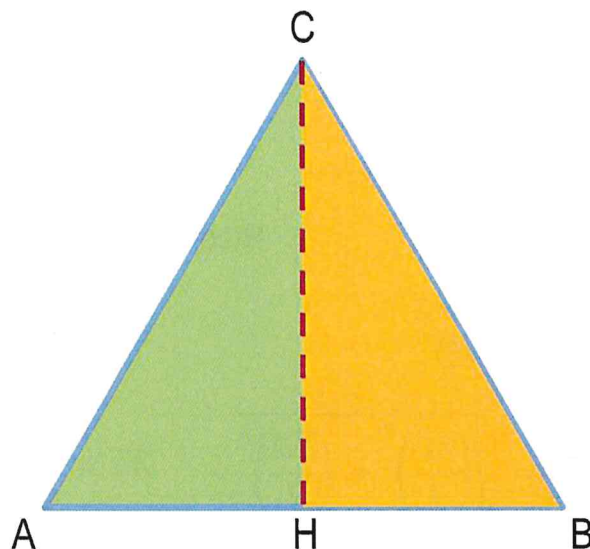
$$\overline{AB} = 5 \text{ cm}$$

$$\overline{CH} = ?$$

Risoluzione

$$\overline{CH} = \frac{\overline{AB} \times \sqrt{3}}{2}$$

$$\overline{CH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 5 = 0,866 \times 5 = 4,33 \text{ cm}$$

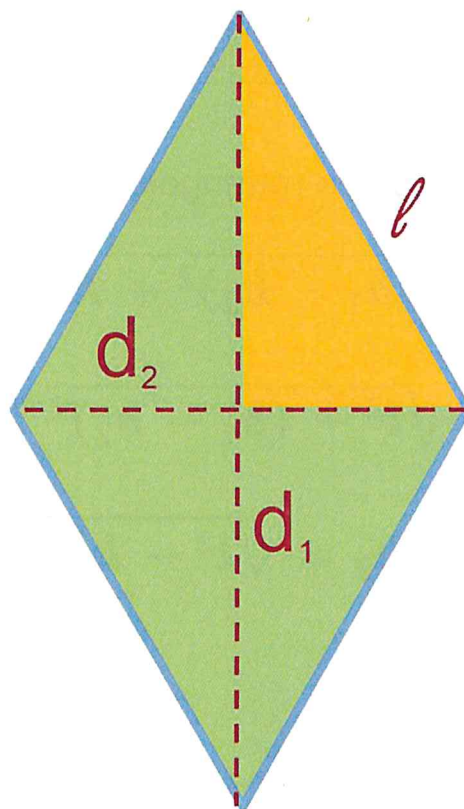


Rombo

$$l = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$$

$$\frac{d_1}{2} = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$$

$$\frac{d_2}{2} = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d_1}{2}\right)^2}$$



Esempio:

L'area di un rombo è di 1176 cm^2 e la diagonale maggiore misura 56 cm ; calcola la misura del perimetro.

Dati

Incognita

$$\overline{BD} = 56 \text{ cm}$$

$$2p = ?$$

$$A = 1176 \text{ cm}^2$$

Risoluzione

$$\overline{DB} = \frac{A \times 2}{\overline{BD}}$$

$$\overline{DB} = \frac{1176 \times 2}{56} = 42 \text{ cm}$$

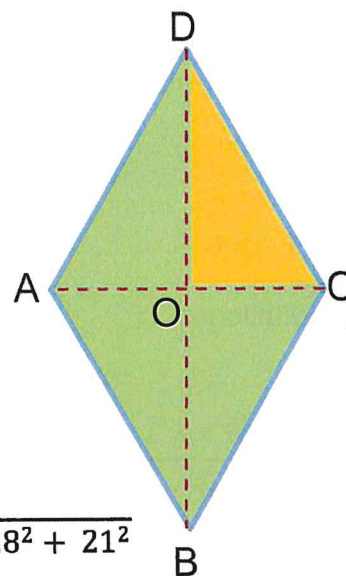
$$\overline{AB} = \sqrt{\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\overline{BD}}{2}\right)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\left(\frac{56}{2}\right)^2 + \left(\frac{42}{2}\right)^2} = \sqrt{28^2 + 21^2}$$

$$= \sqrt{784 + 441} = \sqrt{1225} = 35 \text{ cm}$$

$$2p = \overline{AB} \times 4$$

$$2p = 35 \times 4 = 140 \text{ cm}$$

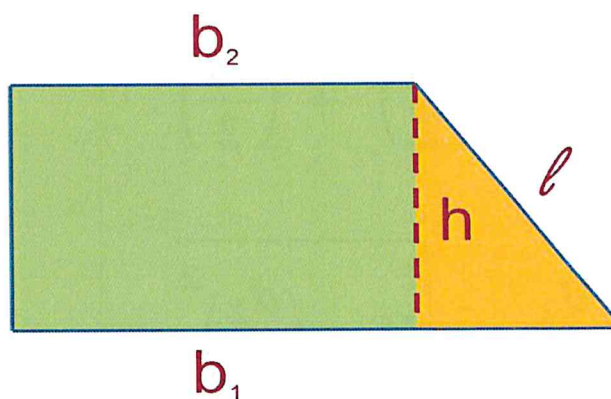


Trapezio rettangolo

$$l = \sqrt{(b_1 - b_2)^2 + h^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - (b_1 - b_2)^2}$$

$$b_1 - b_2 = \sqrt{l^2 - h^2}$$



Esempio:

Calcola la misura del perimetro di un trapezio rettangolo, sapendo che le due basi misurano rispettivamente 18 cm e 28 cm e l'altezza misura 24 cm.

Dati

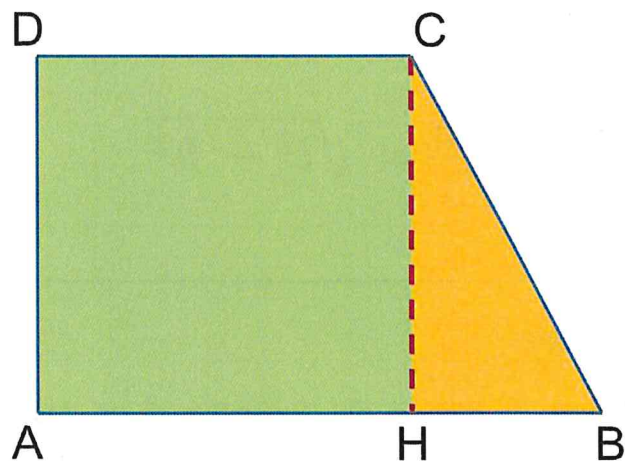
$$\overline{AB} = 28 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 18 \text{ cm}$$

$$\overline{CH} = 24 \text{ cm}$$

Incognita

$$2p = ?$$



Risoluzione

$$\overline{HB} = \overline{AB} - \overline{DC}$$

$$\overline{HB} = 28 - 18 = 10 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HB}^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{24^2 + 10^2} = \sqrt{576 + 100} = \sqrt{676} = 26 \text{ cm}$$

$$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$$

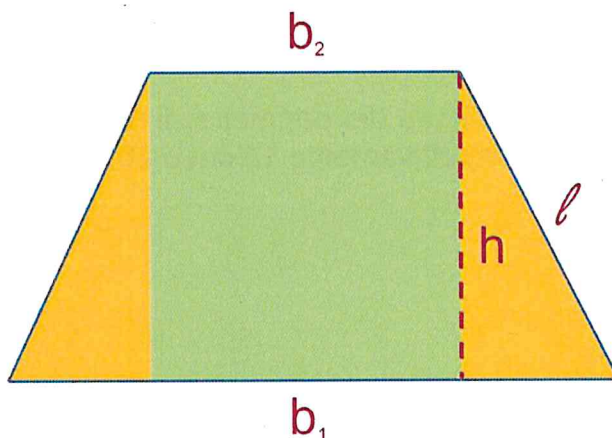
$$2p = 28 + 26 + 18 + 24 = 96 \text{ cm}$$

Trapezio isoscele

$$l = \sqrt{\left(\frac{b_1 - b_2}{2}\right)^2 + h^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b_1 - b_2}{2}\right)^2}$$

$$\frac{b_1 - b_2}{2} = \sqrt{l^2 - h^2}$$



Esempio:

Calcola la misura del perimetro di un trapezio isoscele, sapendo che le due basi misurano rispettivamente 52 cm e 28 cm e l'altezza misura 9 cm.

Dati

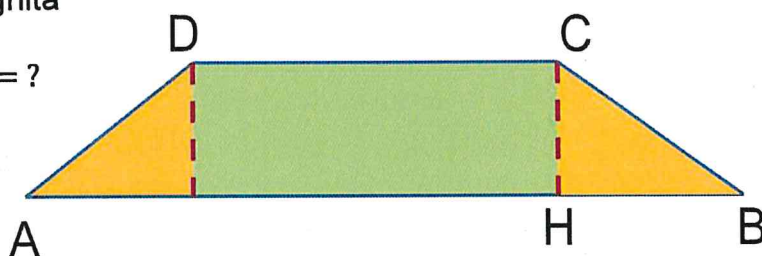
$$\overline{AB} = 52 \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = 28 \text{ cm}$$

$$\overline{CH} = 9 \text{ cm}$$

Incognita

$$2p = ?$$



Risoluzione

$$\overline{HB} = \frac{\overline{AB} - \overline{DC}}{2}$$

$$\overline{HB} = \frac{52 - 28}{2} = 12 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HB}^2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

$$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$$

$$2p = 52 + 15 + 28 + 15 = 110 \text{ cm}$$